



ESTUDI DE L'EFECTE DEL VENT EN UNA XEMENEIA INDUSTRIAL

POL CIRAUQUI GARCIA

POL CIRAUQUI GARCIA

TREBALL DE FI DE GRAU

GENER 2017

TUTOR: ENRIC TRILLAS GAY

Resum

La xemeneia industrial és una estructura esvelta. Quan el vent impacta contra aquest sòlid es poden generar diferents conseqüències com són les forces que ha de suportar a la base. Sovint es veuen xemeneies amb una helicoide al seu extrem. Quina és la seva funció?

En aquest estudi es comença introduint diferents conceptes de la Mecànica de Fluids específicament per poder estudiar la incorporació de una aleta helicoïdal en una xemeneia nua de unes certes dimensions. S'estudien els possibles efectes que aquesta aleta pot tenir, principalment sobre les forces.

Per realitzar-ho es fa un estudi teòric seguit de unes simulacions amb resultats gràfics on es veu que la xemeneia genera el que s'anomena turbulències a la part posterior, contraria a on impacta el vent.

S'estudien les forces generades amb l'aleta i sense ella i es determina que la funció d'aquesta aleta no és específicament reduir aquestes forces. De fet, les forces augmenten.

Finalment s'investiga sobre quina és la verdadera funció d'aquest canvi de geometria i s'arriba a la conclusió que serveix per evitar les vibracions induïdes. S'explica que són aquestes vibracions induïdes i es fa un estudi teòric, deixant per un posterior treball l'estudi experimental.

S'arriba a la conclusió que els canvis de geometria, com són les aletes, redueixen les forces a la base de forma indirecta, tot i que en un primer principi es veu com augmenten aquestes forces.

Sumari

El següent sumari es genera i s'actualitza automàticament amb l'opció “*actualizar campos*” que surt quan es prem el botó dret del ratolí a sobre d'ell.

RESUM	0
SUMARI	3
1. PREFACI	7
1.1. Origen del projecte	7
1.2. Motivació.	7
1.3. Requeriments previs	7
2. INTRODUCCIÓ	9
2.1. Objectius del projecte.....	9
2.2. Abast del projecte.....	9
3. CONCEPTES GENERALS DE LA MECÀNICA DE FLUIDS	10
3.1. Propietats termodinàmiques d'un fluid	10
3.1.1. Viscositat.....	11
3.1.2. Reynolds.....	13
3.2. Nombres adimensionals.....	13
3.2.1. Reynolds.....	14
3.2.2. Mach i la velocitat del so	15
3.2.3. Strouhal.....	15
3.3. Tipus de fluxos	16
3.3.1. En funció de la velocitat del flux	17
3.3.2. En funció del seu canvi de densitat respecte del temps.....	18
3.3.3. En funció de la velocitat respecte del temps	19
3.3.4. En funció de la magnitud i la direcció de la velocitat del fluid	19
3.3.5. En funció dels efectes del vector velocitat.....	20
3.3.6. Flux ideal.....	20
3.4. Capa límit	20
3.4.1. Separació de la capa límit.....	22
3.4.1.1. Vòrtex de Von Karman	23
3.5. Descripció d'un flux	24
4. FLUX AL VOLTANT DE COSSOS	25
4.1. Forces.....	25
4.2. Coeficient de resistència a l'avanç C_d	25

5. FLUX POTENCIAL I MECÀNICA DE FLUIDS COMPUTACIONAL	28
6. ESTUDI TEÒRIC DE LA XEMENEIA SENSE ALETES	29
6.1. Abast de l'estudi	29
6.2. El fluid de treball	30
6.3. La capa límit	30
6.4. Forces i coeficients	34
7. SIMULACIONS	35
7.1. Models, mallat i set up	35
7.1.1. Model k- ϵ	38
7.1.2. Intensitat de turbulència	39
7.2. Resultat i validació del model sense aletes	39
7.3. Resultats incorporant aletes helicoïdals	45
7.3.1. Comparativa de resultats a nivells d'alçada diferents	58
7.3.2. Distribució de pressions sobre la aleta	61
7.3.3. Resultats de les forces en els models amb aletes	62
8. FUNCIONALITAT DE LES ALETES	66
8.1. Vibracions induïdes o <i>Vortex Induced Vibrations VIV</i>	66
8.2. Característiques del vòrtex en un flux sobre cossos vibrants	66
8.3. Strouhal i la relació amb el vòrtex	72
8.4. Minimitzar el nombre de Strouhal amb canvis de geometria	75
CONCLUSIONS	81
AGRAÏMENTS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
BIBLIOGRAFIA	83
Referències bibliogràfiques	¡Error! Marcador no definido.
Bibliografia complementària	83

1. PREFACI

1.1. Origen del projecte

Des de fa dècades que les estructures esveltes tenen petits detalls geomètrics a grans alçades. No es estrany, per exemple, veure xemeneies amb estructures helicoïdals al final d'aquestes. Però per a que es fan? Són un simple detall geomètric amb la finalitat de decorar o realment són necessàries?

1.2. Motivació.

En un principi sembla il·lògic pensar que una xemeneia industrial disposi d'estructures helicoïdals pel simple fet de decorar-la. Sense saber res del tema, a casa es va comentar que aquestes aletes servien per disminuir les forces que el vent generava sobre aquestes, i que sobretot servien per canviar la força de sustentació sobre aquestes, es a dir, la mateixa força que fa volar un avió. Res més lluny de la realitat.

Des de aquesta petita pregunta vaig decidir estudiar la disminució de les forces amb aquest canvi de la geometria. Idea totalment equivocada per començar l'estudi, com més endavant es pot comprovar.

1.3. Requeriments previs

Per poder entendre i dur a terme aquest treball s'ha de tenir unes nocions bàsiques de la Mecànica de Fluids. S'ha fet una introducció sobre els conceptes més importants específics per a seguir el treball.

A més a més, s'ha de saber treballar amb programari de simulació CFX de Ansys.

2. INTRODUCCIÓ

2.1. Objectius del projecte.

L'objectiu del projecte és l'estudi de les forces que actuen sobre una estructura esvelta, com és una xemeneia, exposada a l'acció del vent, i les modificacions de la mateixa al introduir petites variacions geomètriques, com és el cas de la col·locació d'aletes helicoïdals, en una part o en tota la seva longitud.

2.2. Abast del projecte

El present projecte estudia els esforços suportats per una xemeneia industrial, d'una alçada de 20 metres i un diàmetre de 2 metres, sotmesa a un vent de 100 km/h, a la que se li incorpora una aleta en forma helicoïdal, col·locada des de la seva base i amb diferents passos de rosca.

A partir de la comparació dels resultats de les diferents situacions, s'obtenen unes conclusions sobre l'efecte d'aquests elements sobre l'estructura principal i es dedueix la utilitat de la incorporació d'aquests elements en la estabilitat de la estructura principal.

3. CONCEPTES GENERALS DE LA MECÀNICA DE FLUIDS

La Mecànica de Fluids s'ocupa de l'estudi dels fluids en moviment o en repòs. Tant els líquids com els gasos estan considerats fluids ja que, com indica el seu propi nom, tenen la capacitat de fluir. No tenen forma ni volum definit, sinó que adopten la forma del recipient que el conté.

Com a ciència, està basada en un compromís adequat entre teoria i experimentació. Al ser una branca de la Mecànica, disposa d'un conjunt de lleis de conservació ben documentada i és possible, per tant, un tractament teòric rigorós. Tot i així, la teoria és difícilment aplicable rigorosament en molts casos en els que no es vol o no es pot idealitzar una situació ja que podria portar a errors no permesos. La teoria general del moviment dels fluids és massa complicada per poder abarcar configuracions geomètriques arbitràries. És per això que s'intenten aplicar mètodes numèrics a geometries arbitràries de manera experimental i que s'aproximen als resultats reals esperats utilitzant la Mecànica de Fluids Computacional.

Des del punt de vista de la Mecànica de Fluids, la matèria només es pot presentar en dos estats: sòlid i fluid. La distinció tècnica radica en la reacció dels dos a un esforç tangencial o tallant.

En aquest treball s'estudia l'aire com a fluid de treball, i per tant, està subjecte a les propietats dels gasos com a fluid.

3.1. Propietats termodinàmiques d'un fluid

Tot i que el camp de velocitats V és la propietat més important del flux, aquest interactua amb les propietats termodinàmiques d'un fluid:

- Pressió p
- Densitat ρ
- Temperatura T

Tot i que en aquest treball no s'utilitzaran, cal esmentar quatre propietats termodinàmiques més que tenen un paper important quan el treball, la calor i l'equilibri energètic entren en joc. Aquestes són l'energia interna, la entalpia, la entropia i els calors específics.

Per altre banda, els efectes de la fricció estan determinats pel coeficient de viscositat μ , que juga un paper important en l'aire com a fluid de treball.

La termodinàmica estudia normalment sistemes estàtics, mentre que els fluids es troben habitualment en moviment i canviant les seves propietats constantment. Les propietats termodinàmiques estàtiques es conserven en un flux que està tècnicament fora de l'equilibri des de un punt de vista estadístic. Això és degut a que els gasos a pressions normals tenen moltes col·lisions o interaccions moleculars en distàncies molt petites. D'aquesta manera, un fluid subjecte a canvis s'ajusta quasi immediatament al nou equilibri.

Fora de les propietats termodinàmiques més importants comentades en els paràgrafs anteriors, existeixen unes propietats secundaries que són de vital importància en l'estudi de l'aerodinàmica en el camp de la Mecànica de Fluids. D'entre les moltes propietats que existeixen, es comenten les més interessants a l'hora d'utilitzar l'aire com a fluid de treball i en l'estudi del comportament del flux travessant una xemeneia industrial.

3.1.1. Viscositat

La viscositat és una mesura quantitativa de la resistència d'un fluid a fluir. Més concretament, la viscositat determina la velocitat de deformació del fluid quan se li aplica un esforç tallant. Degut a que l'aire té una viscositat molt baixa, ens podem moure fàcilment a través d'ell, i en canvi, ens costa més moure'ns submergits en aigua ja que té una viscositat aproximadament cinquanta vegades més elevada.

Si es considera una partícula fluida sotmesa a un esforç tallant de valor σ en un pla, l'angle de deformació augmentarà contínuament amb el temps. Això porta a relacionar l'esforç aplicat σ amb el gradient de velocitats. Apareix una constant de proporcionalitat diferent per a cada fluid que es denomina viscositat μ , i que és dimensionalment consistent, es a dir, s'expressa en el Sistema internacional en kg/(m·s).

$$\tau = \mu \cdot \frac{d\theta}{dt} = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

Equació 1

Els fluids que segueixen aquesta *Equació 1* es denominen fluids newtonians. L'aire és un d'ells i això facilita l'estudi amb aquest gas.

La viscositat d'un fluid newtonià és una autèntica propietat termodinàmica i varia amb la temperatura i la pressió, tot i que amb la primera augmenta molt més que amb la segona. Per exemple, si la pressió augmenta de 1 a 50 atm, la viscositat μ de l'aire només augmentarà un 10%. En canvi, amb la temperatura té un efecte més rellevant. En un gas, la viscositat μ augmenta a mesura que també ho fa la temperatura. Existeixen dos aproximacions

conegudes per descriure la variació de la viscositat en funció de la temperatura (*equació 2*):

$$\frac{\mu}{\mu_0} \approx \begin{cases} \left(\frac{T}{T_0}\right)^n \rightarrow \text{Llei potencial} \\ \frac{\left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \cdot (T_0 + S)}{T + S} \rightarrow \text{Llei de Sutherland} \end{cases}$$

Equació 2

On μ_0 és la viscositat coneguda a una temperatura absoluta de referència T_0 (habitualment 273 K). Les constants n i S s'ajusten a les dades i ambdues són adequades per un rang ampli de temperatures. Pel nostre fluid de treball, l'aire, s'utilitzen els valors aproximats de $n \approx 0,7$ i $S \approx 110\text{K}$.

En l'estudi de la xemeneia no es té el problema de la pressió ja que aquesta magnitud no canviarà en el camp de treball. Sempre serà de 1atm, ja que es treballa en xemeneies de uns 20 metres aproximadament i sobre la escorça terrestre i descartant situacions geogràfiques extremes com seria l'alta muntanya. En qualsevol cas es treballarà amb pressions relatives, i per tant, s'utilitzaran 0 Pa.

Per últim, cal esmentar una magnitud derivada de la viscositat: la viscositat cinemàtica ν . Aquesta apareix de la divisió de la viscositat (també anomenada viscositat dinàmica per evitar confusions) per la densitat del fluid amb el que es treballa. Les unitats resultants són els m^2/s .

En aquest estudi es treballarà amb l'aire que, en funció de la temperatura i a 1 atm, té les propietats següents:

$T [^\circ\text{C}]$	$\rho [\text{kg}/\text{m}^3]$	$\mu [\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2]$	$\nu [\text{m}^2/\text{s}]$
-40	1,52	$1,51 \times 10^{-5}$	$0,99 \times 10^{-5}$
0	1,29	$1,71 \times 10^{-5}$	$1,33 \times 10^{-5}$
20	1,20	$1,80 \times 10^{-5}$	$1,50 \times 10^{-5}$
50	1,09	$1,95 \times 10^{-5}$	$1,79 \times 10^{-5}$

Taula 3-1. Propietats de l'aire en funció de la temperatura

3.1.2. Reynolds

El paràmetre primari que determina el comportament dels fluïds newtonians és el nombre de Reynolds. A l'apartat de 4.2. *Nombres adimensionals* s'explica com i quan utilitzar-lo.

Com a introducció d'aquesta propietat cal dir que no té unitats, es a dir, és un nombre adimensional:

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu}$$

On U i L representen la velocitat i la longitud característiques del flux. ρ és la densitat del fluid, mentre que μ i ν són les dos viscositats ja introduïdes a l'apartat 4.1.1. *Viscositat*.

En general, el primer que s'ha de fer a l'hora d'estudiar en un flux és estimar el nombre de Reynolds.

- Valors molt petits de Re indiquen moviment lent i viscos, on els efectes de la inèrcia són despreciables.
- Valors moderats de Re corresponen a flux laminar, caracteritzat per variacions suaus.
- Valors alts de Re estan associats a flux turbulent, caracteritzat per fortes fluctuacions aleatòries a alta freqüència superposades a un flux mitjà que també experimenta variacions suaus amb el temps.

Els valors numèrics de Reynolds corresponents a cada cas depenen de la geometria del flux, entre altres factors, i s'estudien en l'apartat 4.2. *Nombres adimensionals* on també s'aprofundeix sobre aquest nombre.

3.2. Nombres adimensionals

El teorema de Pi – Buckingham és el teorema fonamental de l'anàlisi dimensional. No s'entra en detalls en aquest teorema, però val a dir que proporciona un mètode de construcció de paràmetres adimensionals, inclús quan la forma de la equació és desconeguda. És un mètode que permet reduir el nombre i complexitat de les variables que intervenen en la descripció d'un fenomen físic donat.

Diferents sistemes són equivalents quan presenten la mateixa descripció mitjançant nombres adimensionals. La elecció de paràmetres adimensionals no és única i el teorema no escull quines tenen significat físic.

Per tant, per a diferents sistemes s'hauran d'estudiar diferents nombres adimensionals. En la taula següent es mostren els nombres adimensionals més importants en quan a la Mecànica de Fluids, així com la forma de obtenir-los matemàticament, la relació qualitativa dels seus efectes i la importància que tenen.

NOMBRE DE REYNOLDS	$Re = \frac{\rho UL}{\mu}$	$\frac{INÈRCIA}{VISCOSITAT}$	SEMPRE
NOMBRE DE MACH	$Ma = \frac{U}{A}$	$\frac{VELOCITAT FLUX}{VELOCITAT SO}$	FLUX COMPRESSIBLE
NOMBRE DE FROUDE	$Fr = \frac{U^2}{gL}$	$\frac{INÈRCIA}{GRAVETAT}$	FLUX AMB SUPERFÍCIE LLIURE
NOMBRE DE WEBER	$We = \frac{\rho \cdot U^2 \cdot L}{\gamma}$	$\frac{INÈRCIA}{TENSÍO SUPERFICIAL}$	FLUX AMB SUPERFÍCIE LLIURE
NOMBRE D'EULER	$Eu = \frac{(p - p_v)}{\rho \cdot U^2}$	$\frac{PRESSIÓ}{INÈRCIA}$	CAVITACIÓ
NOMBRE DE STROUHAL	$St = \frac{\omega L}{U}$	$\frac{OSCILACIÓ}{VELOCITAT MITJA}$	FLUX OSCIL·LATORI
RUGOSITAT RELATIVA	$\frac{\varepsilon}{L}$	$\frac{RUGOSITAT}{LONGITUD DEL COS}$	FLUX TURBULENT, PARET RUGOSA

Taula 3-2. Nombres adimensionals més freqüents en la Mecànica de Fluids

3.2.1. Reynolds

En la equació de la continuïtat no apareix cap paràmetre. La equació de quantitat de moviment conté només un, considerat, generalment, com el més important a la Mecànica de Fluids. Aquest és el nombre de Reynolds.

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu}$$

És sempre important, tant si hi ha superfície lliure o no, i el seu efecte només es pot despreciar fora de les regions on hi ha gradients alts de velocitat.

Es pot definir com la relació entre les forces inercials i les forces viscoses presents en un fluid. Està relacionat amb el fet de que el flux es pugui considerar laminar o turbulent. La experiència ha demostrat que la transició de flux laminar a flux turbulent té lloc a nombres de Reynolds que depenen de les característiques de les pertorbacions.

En el cas de l'aire, que és el fluid amb el que es treballarà, es considera que el flux passarà de laminar a turbulent en la capa límit en un Reynolds de transició de 5×10^5 .

3.2.2. Mach i la velocitat del so

El nombre de Mach és el quocient entre la velocitat d'un objecte en un medi determinat i la velocitat del so en aquell mateix medi. Per obtenir-lo s'aplica la fórmula:

$$Ma = \frac{U}{A}$$

Quan es treballa amb aire, el valor de la velocitat expressada en termes del nombre de Mach depèn òbviament de la velocitat del so a l'atmosfera. Tot i que aquest factor varia en funció de l'altura i la temperatura, es considera 340m/s.

En funció del nombre de Mach es parla de velocitat subsònica, transsònica, sònica, supersònica o hipersònica.

El que realment és interessant és que el nombre de Mach determina quan un fluid és compressible o no. Quan el Mach sigui menor a 0,3 es podrà dir que el fluid és incompressible.

3.2.3. Strouhal

Si el flux és oscil·latori, intervé un nou paràmetre adimensional: el nombre de Strouhal.

Els valors adimensionals en aquests fluxos oscil·latoris seran funcions del nombre de Reynolds i del nombre de Strouhal.

Representa un nombre que s'obté dividint la oscil·lació entre la velocitat mitja.

Alguns fluxos que podrien semblar perfectament estacionaris tenen en realitat un comportament oscil·latori que depèn del nombre de Reynolds. Un exemple són els remolins

en la estela de un cos rom immers en una corrent estacionaria de una certa velocitat.

Per determinar aquest nombre adimensional s'utilitza la equació següent:

$$St = \frac{\omega L}{U}$$

En el següent gràfic es visualitza la estreta relació que existeix entre els dos nombres adimensionals de Strouhal i Reynolds.

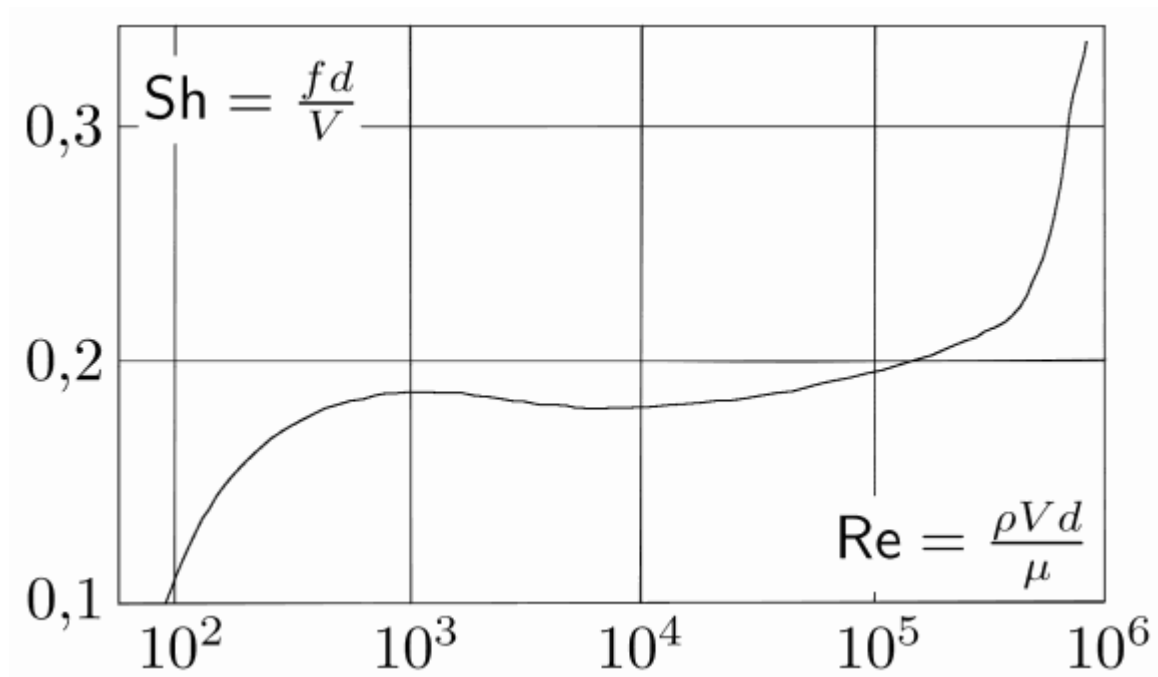


Figura 1. Gràfic Strouhal vs Reynolds. Extret del web www.wikipedia.com

3.3. Tipus de fluxos

El flux és l'estudi del moviment del fluid, involucrant les lleis del moviment de la física, les propietats del fluid i característiques del medi ambient i medi pel qual flueixen.

Com s'ha comentat anteriorment, l'aire és un fluid newtonià, es a dir, la seva viscositat es pot considerar constant en el temps. No s'aprofundeix en els fluids no newtonians degut a que no són l'objecte del nostre estudi. En la següent *gràfica 2* s'observa el comportament de l'esforç tallant σ d'ambdós tipus de fluids en funció de la seva velocitat de deformació angular.

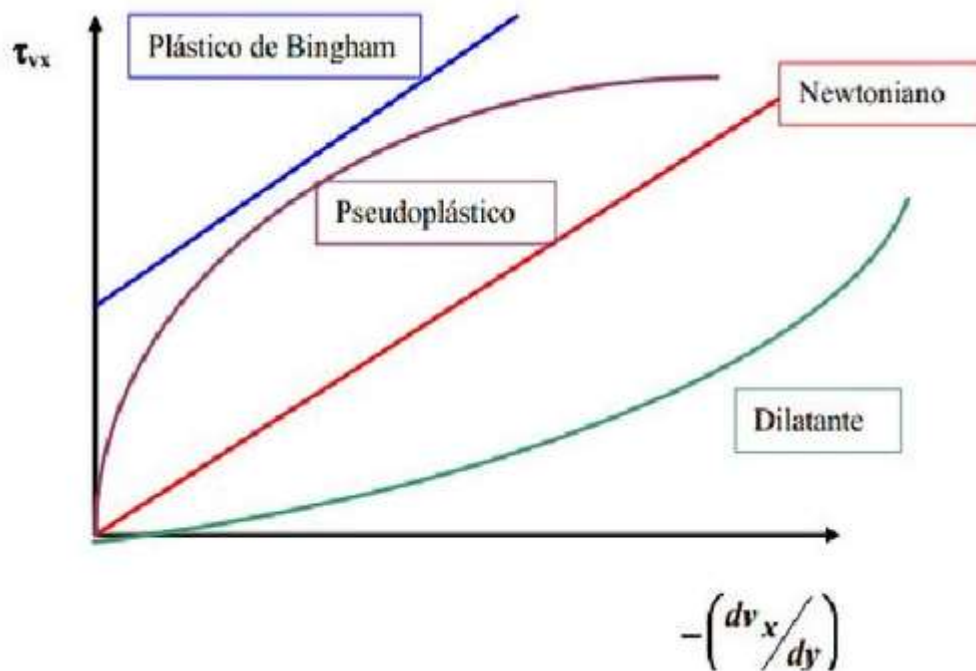


Figura 2. Esforç tallant vs velocitat de deformació angular. Extret del web <http://www.agitador.es>

El flux d'un fluid es pot classificar de moltes maneres, en funció de diverses característiques i criteris de velocitat, espai i temps.

3.3.1. En funció de la velocitat del flux

- Flux turbulent

És aquell flux en el que les partícules del fluid tenen desplaçaments en sentits diferents al del moviment principal del fluid. En aquest tipus de flux, les partícules es mouen amb un moviment erràtic que té com a conseqüència la col·lisió d'aquestes entre elles. Això genera canvis en la quantitat de moviment ja que són xocs inelàstics i és manifesten amb una pèrdua d'energia.

- Flux laminar

És aquell en el que el moviment de les partícules es considera que té només el sentit i la direcció del moviment principal del fluid. Per tant el fluid segueix trajectòries bastant regulars, separades i perfectament definides donant la impressió de que es tracta de làmines o capes paral·leles.

La classificació dels fluxos en laminar o turbulent es determinen mitjançant el nombre de Reynolds tal i com s'explica en l'apartat de 4.2. *Nombres Adimensionals*.

Per calcular les pèrdues d'energia, que en el flux laminar són ocasionades per la fricció, s'utilitza la equació de la viscositat o Llei de Newton de la viscositat, ja introduïda anteriorment.

Per calcular les pèrdues d'energia en un flux turbulent, que són ocasionades per canvis en la quantitat de moviment, s'utilitza la equació de Darcy-Weisbach i que es pot determinar a partir de la gràfica següent:

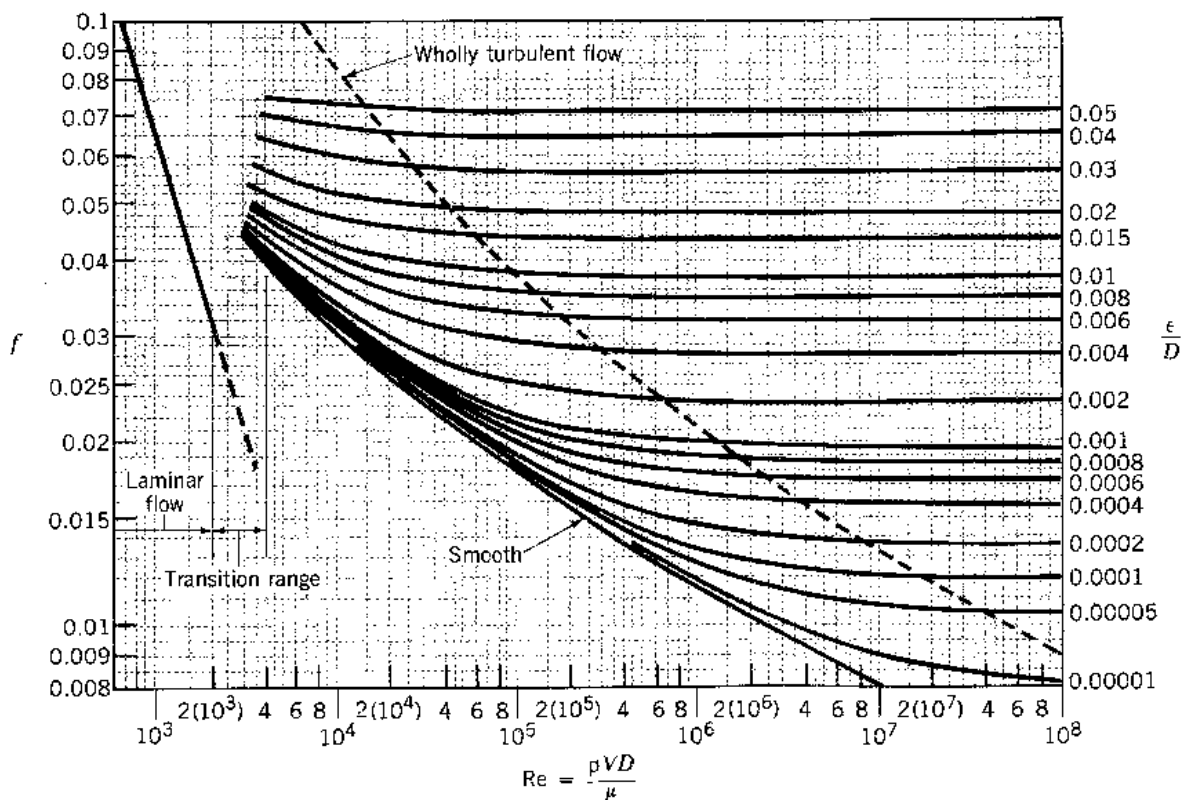


Figura 3. Gràfic de Darcy-Weisbach. Extret del llibre *Mecànica de fluids* de F.M.White

3.3.2. En funció del seu canvi de densitat respecte del temps

- Compressible
- Incompressible

Un flux és incompressible quan la densitat no varia o és despreciable la variació d'aquesta al llarg dels diferents punts d'estudi del fluid. En cas que s'hagi de que la densitat variï suficient com per haver-la de tenir en compte, es tractarà com a flux compressible.

3.3.3. En funció de la velocitat respecte del temps

- Flux permanent
- Flux no permanent

Un flux és permanent quan les propietats d'un fluid i les condicions de moviment del mateix no varien al llarg del temps en un mateix punt. Quan no es compleix aquest condició es tracta d'un flux no permanent.

$$\frac{\delta P}{\delta t} = 0$$

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} = 0$$

$$\frac{\delta v}{\delta t} = 0$$

$$\frac{\delta Z}{\delta t} = 0$$

$$\frac{\delta T}{\delta t} = 0$$

On ρ és la densitat, P és la pressió, v és la velocitat mitja, Z és la posició respecte una referència i T és la temperatura.

3.3.4. En funció de la magnitud i la direcció de la velocitat del fluid

- Flux uniforme
- Flux no uniforme

Es diu que un flux és uniforme quan en qualsevol part del fluid el vector de la velocitat és idèntic respecte l'espai. Conseqüentment el flux no és uniforme quan existeixen canvis en la velocitat respecte l'espai.

$$\frac{dv}{dS} = 0 \rightarrow \text{Flux uniforme}$$

3.3.5. En funció dels efectes del vector velocitat

- Flux rotacional
- Flux irrotacional

El flux rotacional és aquell en el qual el camp rotacional de la velocitat adquireix valors diferents de zero en algun dels seus punts per a qualsevol instant. Al contrari del rotacional, el flux irrotacional es caracteritza perquè dins de un camp de flux, el vector rotacional de la velocitat és igual a zero per a qualsevol punt i instant.

3.3.6. Flux ideal

Sense ser un tipus de flux, cal parlar del flux ideal. Com be diu el seu nom, es tracta de una hipòtesis on s'idealitza el flux per tal de facilitar els càlculs en un anàlisi del comportament d'un fluid. És incompressible i no té fricció, i per tant, no és viscos.

3.4. Capa límit

Per entendre com es comporta l'aire quan és travessat per un cos és necessari el concepte de capa límit, que és la base de les forces que actuen sobre aquest cos.

Es podria definir la capa límit com un invent humà, una forma de facilitar les coses per que les capacitats matemàtiques no es vegin sobrepassades per les complicades equacions que governen el moviment d'un fluid. Aquestes equacions, conegudes com les equacions de Navier-Stokes, són tan complicades que només es poden resoldre en determinats casos molt simplificats.

Per un fluid en moviment, totes les pèrdues per fricció tenen lloc a una estreta capa adjacent al contorn del sòlid. Aquesta és la capa límit. El flux exterior a aquesta capa es pot considerar que no té viscositat.

En termes generals, es pot dir que donat a que la viscositat és bastant petita en quasi tots els fluids, els efectes tallants han de ser apreciables únicament en les regions on existeixen grans gradients de velocitat. El flux en altres regions es pot descriure amb gran exactitud per mitjà de les equacions per flux no viscos. Les característiques més rellevants de la capa límit es poden descriure a través del cas del flux sobre una superfície plana i fixada sobre la que es

fa incidir un corrent de velocitat uniforme.

La capa límit s'entén com aquella en la que la velocitat del fluid respecte del sòlid en moviment varia des de 0 fins al 99% de la velocitat del corrent lliure.

En un flux a alts nombres de Reynolds els efectes de la viscositat del fluid i la rotació es troben en una regió relativament estreta a prop de les superfícies sòlides o de les línies de discontinuïtat, tals com les esteles. Com la capa límit és estreta, es poden introduir certes simplificacions en les equacions del moviment però mantenint els termes d'esforç i inercials, com la viscositat i l'acceleració.

A mesura que s'avança en la velocitat del corrent lliure, més i més partícules són frenades i la espessor de la zona d'influència viscosa va augmentant, amb les partícules alineades direccionalment en el que es denomina capa límit laminar. Posteriorment, en un cert punt el flux es fa inestable donant lloc a un creixement més ràpid de la capa límit acompanyat d'un augment de la turbulència. Aquesta és la zona denominada capa límit turbulenta. Entre ambdues capes existeix una transició.

En la següent figura es veu la distribució de les diferents parts de la capa límit en un cas idealitzat de placa plana.

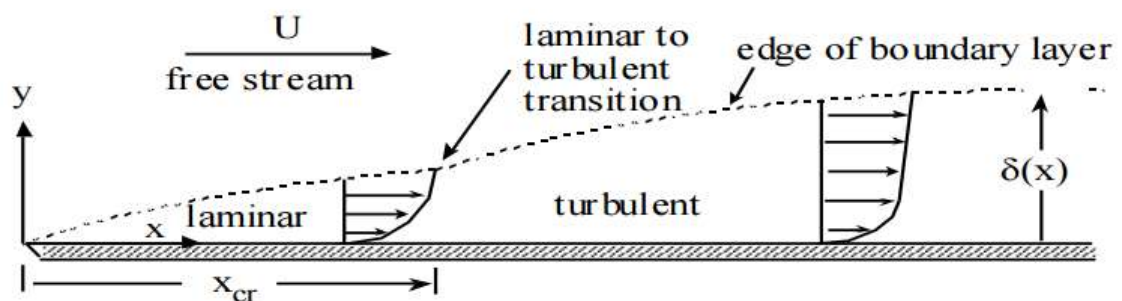


Figura 4. Capa límit en placa plana. Extret de les diapositives de la teoria de l'assignatura impartida pel professor Enric Trillas

Dos variables importants són la x_{cr} i la $\delta(x)$. La primera fa referència a la distància on es passa de la zona laminar a la turbulenta, es a dir, la transició. Es denomina x crítica. La segona fa referència al gruix de la capa límit en funció de la x .

La equacions que relaciona aquestes dos variables depen de si el flux de la zona en qüestió és un flux turbulent o laminar.

Per un flux laminar s'utilitza l'aproximació de l'equació 3:

$$\frac{\delta}{x} \approx \frac{5,0}{Re_x^{1/2}}$$

Equació 3

Per un flux turbulent s'utilitza l'aproximació:

$$\frac{\delta}{x} \approx \frac{0,16}{Re_x^{1/7}}$$

Equació 4

3.4.1. Separació de la capa límit

Quan l'objecte a estudiar no es tracta del cas ideal de placa plana, la capa límit es desprèn provocant diferents efectes. Aquesta separació s'il·lustra en la següent imatge.

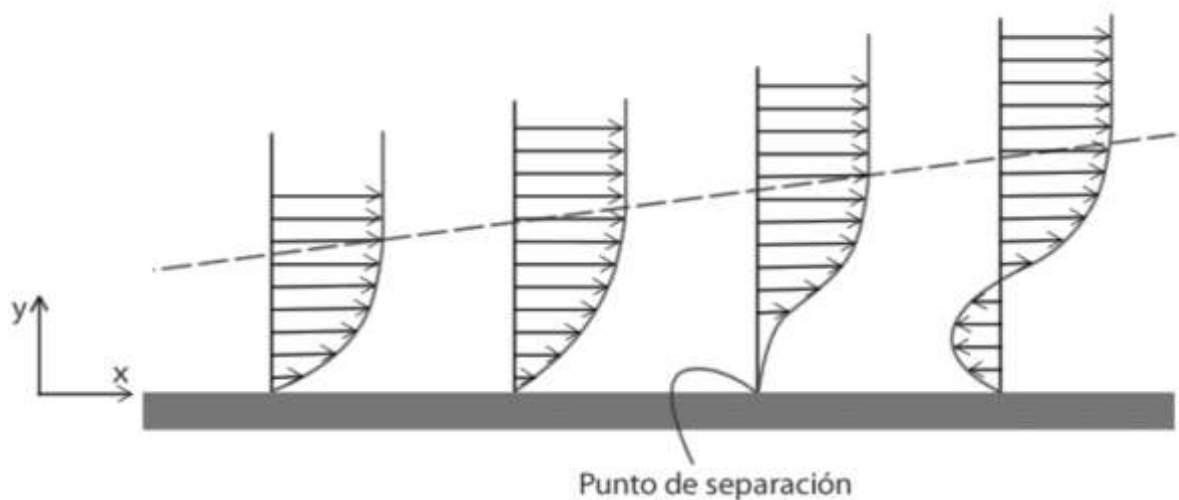


Figura 4.b. Separació de la capa límit. Extret de les diapositives de la teoria de l'assignatura impartida pel professor Enric Trillas.

Aquesta separació és deguda a un gradient desfavorable o advers de pressions, es a dir, quan la dp/dx és major a zero.

La separació de la capa límit origina remolins. És un fenomen no desitjat des de el punt de vista de l'arrossegament ja que darrere de l'objecte que s'estudia apareix una zona de baixes pressions.

Quan la velocitat del flux lliure augmenta, cosa que implica un augment del nombre de

Reynolds, el punt de separació de la capa límit es desplaça i fa variar l'arrossegament. Quan més allunyat està el punt de separació del punt d'estancament posterior, més gran serà.

Els remolins inicialment són estacionaris però a mesura que creixen canvien en el temps apareixent a un costat i a un altre del cilindre, generant els vòrtex de Von Karman. Aquest fenomen s'explica a l'apartat 4.4.2.

Com a conclusió, és important poder controlar en certa manera la separació de la capa límit, endarrerint-la al màxim per així evitar turbulències darrere de l'objecte que s'estigui estudiant.

3.4.1.1. Vòrtex de Von Karman

El vòrtex de Von Karman és un patró de vòrtex en remolins que es repeteix. Està causat per la separació no estacionaria de la capa de fluid al passar sobre el cos submergit.

Apareixen quan el nombre de Reynolds registra uns certs valors, pel general superior a 90, tot i que aquest valor variarà en funció de molts factors com són la forma i la mida del cos o la viscositat cinemàtica del fluid.

Quan es tracta de rangs elevats de Reynolds ($47 < Re < 10^7$ per a cilindres circulars) es produeixen *eddies* en cada costat del cos, es a dir, corrents contraries al flux extern formant dos vòrtex a la seva estela i que es van alternant els seus centres.

Quan només es produeix un vòrtex, al voltant del cos es forma un patró de flux asimètric i canvia la distribució de les pressions. Això pot provocar forces laterals periòdiques sobre el cos causant vibracions.

Si el vòrtex emet a freqüència similar a les del cos, poden entrar en ressonància magnificant l'amplitud de moviment del cos així com la força. No cal dir que aquest efecte en estructures com una xemeneia pot arribar a ser molt perjudicial podent arribar a fer-la caure si no és capaç de suportar les forces transmeses. És l'efecte conegut com a VIV o Vòrtex Induced Vibration, del qual es parla més endavant a l'apartat 9.1. *Vibracions induïdes o Vòrtex Induced Vibrations*.

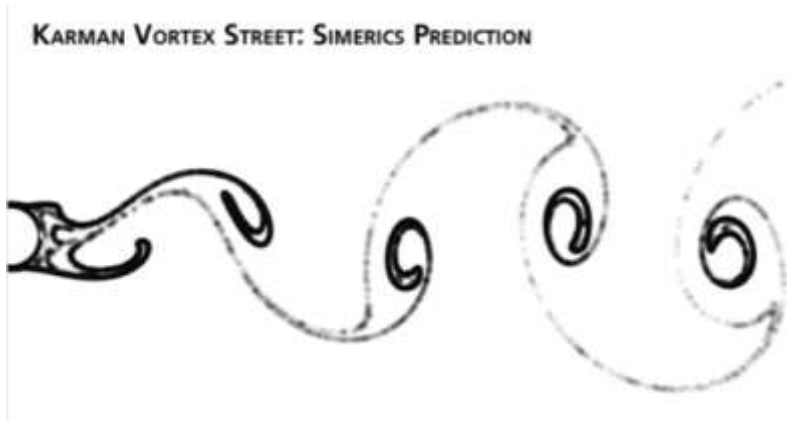


Figura 5. Vòrtex de Von Karman. Extret del web www.wikipedia.com

A la imatge 5 es veu l'aspecte que presenta un vòrtex de Von Karman.

Aquesta disposició apareix en un valor mig del nombre de Strouhal de aproximadament 0,21, tot i que depèn de molts factors que posteriorment s'estudien en l'apartat 9.1. *Vibracions induïdes o Vòrtex Induced Vibrations*.

3.5. Descripció d'un flux

Els fluxos es poden visualitzar de moltes maneres diferents, i observant les diferents representacions gràfiques es poden conèixer qualitativament i quantitativament diferents aspectes d'aquest.

La línia de corrent és aquella línia que en un instant donat és tangent al vector velocitat en qualsevol punt.

La senda és el camí seguit realment per una partícula fluida.

La línia de traça és el lloc geomètric de les partícules que en instants successius passen per un punt donat.

4. FLUX AL VOLTANT DE COSSOS

Quan un objecte està submergit en un fluid, aquest exerceix forces sobre l'objecte. Íntimament relacionat amb la capa límit, i com s'ha explicat en la teoria, en funció del punt de separació les forces variaran.

El factor més rellevant en la separació de la capa límit és la geometria i el Reynolds del flux, tot i que no és l'únic.

4.1. Forces

Per determinar la força que fa frenar l'avanç d'un cos s'utilitza la equació següent.

$$F_d = 0,5 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot C_d \cdot A$$

On ρ és la densitat del fluid, v és la velocitat del flux lliure i C_d el coeficient de força d'arrossegament del qual es parla més endavant. L' A fa referència a l'àrea frontal amb la que es topa el fluid, es a dir, l'àrea perpendicular.

Amb aquesta equació es determina la força que apareix en la direcció de la velocitat del corrent lliure.

A part de la força en aquesta direcció, és d'especial interès la força que apareix perpendicular a aquesta. S'anomena força de sustentació i és la que fa que un avió es pugui sostenir a l'aire. L'equació utilitzada és la següent:

$$F_l = 0,5 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot C_l \cdot A$$

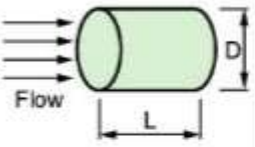
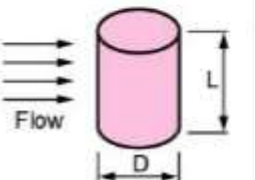
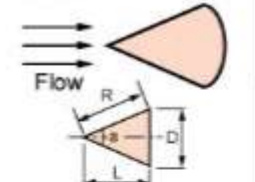
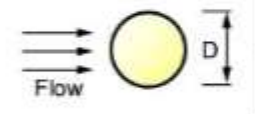

Els termes són els mateixos que en el cas de la força de resistència a l'avanç, exceptuant el coeficient de sustentació C_l . La força de sustentació no apareix en cossos simètrics, i per tant no serà interessant aprofundir en el tema degut a que l'estudi de la xemeneia no deixarà de ser un cos quasi-simètric.

4.2. Coeficient de resistència a l'avanç C_d .

Com s'ha vist a l'apartat anterior, la força es directament proporcional als coeficients de resistència a l'avanç i de sustentació.

Aquests coeficients aerodinàmics son nombres adimensionals i moltes figures geomètriques

estan tabulades amb els seus corresponents coeficients.

Column (parallel flow)		Project area $S_1 = \frac{\pi D^2}{4}$	Surface area $S_2 = \pi DL + \frac{\pi D^2}{2}$	Volume-base, $Q^{2/3}$ $S_3 = \left(\frac{\pi D^2 L}{4}\right)^{1/3}$
	L/D=1	0.91	0.15	0.84
	L/D=2	0.85	0.085	0.49
	L/D=4	0.87	0.048	0.32
	L/D=7	0.99	0.033	0.25
Column (vertical flow)		Project area $S_1 = \frac{\pi D^2}{4}$	Surface area $S_2 = \pi DL + \frac{\pi D^2}{2}$	Volume-base, $Q^{2/3}$ $S_3 = \left(\frac{\pi D^2 L}{4}\right)^{1/3}$
	L/D=1	0.63	0.13	0.74
	L/D=2	0.68	0.17	1.01
	L/D=5	0.74	0.21	1.49
	L/D=10	0.82	0.25	2.07
	L/D=40	0.98	0.31	3.93
	L/D=∞	1.20	---	---
Cone		Project area $S_1 = \frac{\pi D^2}{4}$	Surface area $S_2 = \frac{\pi RD}{8} + \frac{\pi D^2}{4}$	Volume-base, $Q^{2/3}$ $S_3 = \left(\frac{L}{3} \frac{\pi D^2}{4}\right)^{1/3}$
	a=30°	0.34	0.039	0.43
	a=60°	0.51	0.34	1.08
Sphere		Project area $S_1 = \frac{\pi D^2}{4}$	Surface area $S_2 = \pi D^2$	Volume-base, $Q^{2/3}$ $S_3 = \left(\frac{\pi D^3}{6}\right)^{1/3}$
	Re < Re _{cr}	0.47	0.12	0.18
	Re > Re _{cr}	0.10	0.025	0.039
	Re _{cr} : Critical Reynolds Number = 3 × 10 ⁵			
Fish robot (PF-600D)		Project area $S_1 = 2.75 \times 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]}$	Surface area $S_2 = 1.79 \times 10^{-2} \text{ [m}^2\text{]}$	Volume-base, $Q^{2/3}$ $S_3 = 1.72 \times 10^{-2} \text{ [m}^3\text{]}$
	Re=5 × 10 ⁵	0.17	0.016	0.11
	Re=1.6 × 10 ⁶	0.27	0.026	0.17

Taula 4-1. Coeficients de drag per diferents figures geomètriques. Extret del web <https://www.nmri.go.jp>

Com ja s'ha estudiat, el coeficient varia amb el Reynolds del flux incident sobre el sòlid. A la següent figura 6 es grafica la relació entre el nombre adimensional de Reynolds i el coeficient de resistència a l'avanç per a un cilindre. Començant per un flux laminar amb Reynolds baixos, passant per una transició i estabilitzant-se un altre cop per a fluxos turbulents amb Reynolds elevats.

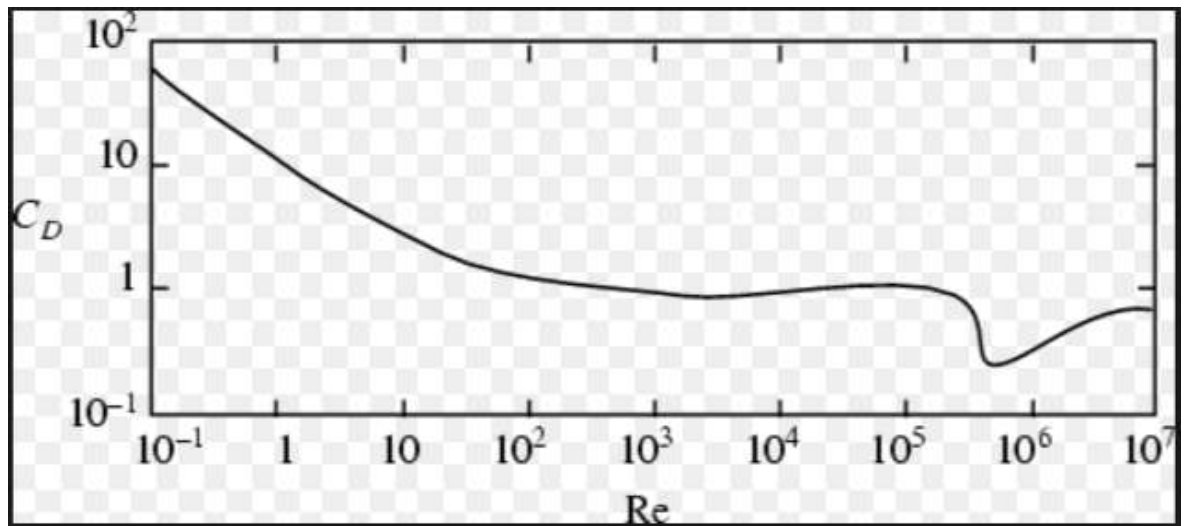


Figura 6. Relació entre el coeficient de drag i el nombre de Reynold. Extret del web <http://scienceworld.wolfram.com>

És important destacar que és una escala logarítmica.

5. FLUX POTENCIAL I MECÀNICA DE FLUIDS COMPUTACIONAL

La mecànica de fluids presenta equacions diferencials de conservació de la massa, la quantitat de moviment i la energia, i amb això es basa el seu estudi. Són equacions complicades però, tot i així, s'aconsegueixen donar solucions exactes limitades a fluxos viscosos de geometria senzilla i fluxos unidireccionals. Per a fluxos viscosos més complexos no existeix cap teoria ni hi ha solucions exactes, només dades experimentals.

Sense entrar molt en el extens camp de la teoria del flux potencial, es defineix com la teoria que pretén descriure el comportament cinemàtic dels fluids basant-se en el concepte matemàtic de funció potencial, ja que el camp de velocitats és un camp vectorial.

La teoria no viscosa que s'ha vist fins ara hauria de funcionar bé per als fluxos externs, especialment a prop de la part frontal del cos, fins que el gradient de pressions al llarg de la superfície es torna advers (la pressió augmenta) i la capa límit es desprèn. Després d'aquest punt de desprendiment, la teoria de la capa límit es torna imprecisa, i el corrent es deflacta i es modifiquen les línies de corrent del flux exterior no viscos, que interaccionen fortament amb el flux viscos a prop de la paret.

Per a solucionar aquest problemes, i sense arribar a obtenir solucions exactes s'utilitza la mecànica computacional de fluids CFD. En aquest estudi s'utilitza el software Ansys CFX. No són solucions exactes però són suficients com per acceptar els resultats com a correctes.

6. ESTUDI TEÒRIC DE LA XEMENEIA SENSE ALETES

6.1. Abast de l'estudi

La idea principal és estudiar una xemeneia de dimensions industrials. S'ha decidit fixar l'alçada en 20 metres i el diàmetre en 2 metres. Tot i que són factors que poden influir en el desenvolupament de l'estudi, s'ha optat com a factor important el pas de rosca de l'aleta. Això és degut a que és més fàcil variar el pas de rosca a nivell de construcció d'una xemeneia a el diàmetre d'aquesta, ja que fàcilment aquest vindrà determinat.

Cal destacar que des de un principi es tenia la idea de posar únicament una aleta helicoidal. Després d'haver aprofundit en aquest tema, és cert que l'òptim és incorporar tres aletes helicoidals equidistants i paral·leles entre elles, però en aquest treball no s'abastarà aquesta opció i es treballarà amb una sola aleta.

Un altre factor que no s'estudia en aquest treball és el fet de que la rosca comenci des de la base de la xemeneia o no. S'ha decidit fer una helicoida amb pas de rosca constant que vagi des de la base al punt més alt de la xemeneia, descartant la opció de començar la helicoida a la meitat o a un terç del cilindre.

A continuació es pot veure les característiques de la xemeneia així com les seves variants a l'hora de incorporar les aletes.

	Alçada	Diàmetre	Pas de rosca
Xemeneia 1	20 metres	2 metres	Sense aleta
Xemeneia 2	20 metres	2 metres	1,5 metres
Xemeneia 3	20 metres	2 metres	3 metres
Xemeneia 4	20 metres	2 metres	5 metres
Xemeneia 5	20 metres	2 metres	7 metres

Taula 6-1. Geometria de les diferents xemeneies

Això equival a estudiar cinc models i comparar-los. Incorporar més factors per estudiar a part del pas de rosca implica augmentar el nombre de experiments exponencialment en 2^n , fet que

complica l'estudi degut a que es tracta d'un treball on s'ha de simular cada experiment amb ordinador. Cada simulació necessita molt de temps degut a la complexitat de la geometria en 3 dimensions.

Per poder utilitzar el software d'Ansys CFX és important determinar un Domini de treball del fluid o *Fluid Domain*. Aquest és la zona per on s'estudiarà el comportament del fluid. S'ha agafat una geometria cúbica on es deixen 6 metre entre l'inici del flux i el sòlid xemeneia. Més endavant s'argumentarà el perquè de la geometria i totes les dimensions exactes d'aquest *Fluid Domain*.

6.2. El fluid de treball

Al tractar-se d'una xemeneia queda clar que el fluid que s'estudiarà serà l'aire.

A la teoria introduïda anteriorment s'ha vist que el fluid pot ser compressible o incompressible depenent de si varia o no la seva densitat, respectivament. També s'ha vist en l'apartat 3.2.2 que per determinar la compressibilitat del fluid s'utilitza el nombre adimensional de Mach.

$$Ma = \frac{U}{A}$$

on la U és la velocitat del flux de treball i A la velocitat del so en el medi. En el cas particular d'aquest treball, s'ha decidit agafar una velocitat de 100 km/h que equival a 27,7 m/s. La velocitat del so és de 340 m/s.

Això dona com a resultat un Mach de 0,081 que, segons la teoria de l'apartat 4.2.2, dista molt de ser un fluid compressible i facilitarà molt l'estudi.

100 km/h és una velocitat que s'ha cregut adient ja que en qualsevol lloc on es pot implantar una indústria amb una xemeneia d'aquestes dimensions pot arribar a assolir aquestes velocitats. Tampoc s'ha cregut necessari estudiar el límit que es podria assolir pel que fa a velocitats ja que la idea és estudiar una situació freqüent i no el cas crític.

Per tant, es realitzaran les simulacions amb aire a una densitat constant de 1,225 Kg/m³, que és la equivalent a la densitat de l'aire sec a una temperatura de 20°C.

6.3. La capa límit

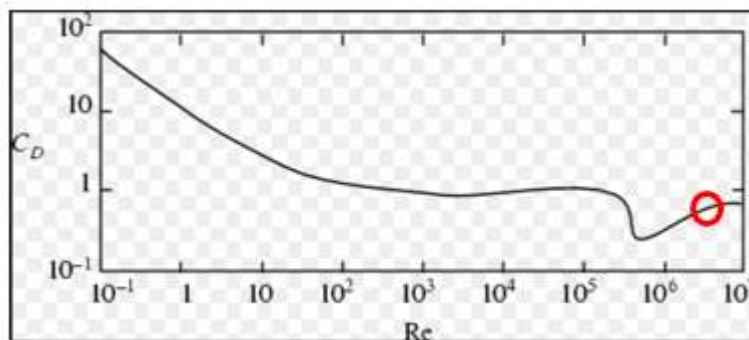
Tal i com s'ha vist a la teoria, l'estudi es ben diferent si es tracta d'un fluid en règim turbulent o en règim laminar.

Per poder estudiar la xemeneia, fàcilment identificable com a un cilindre vertical on el flux incideix perpendicularment a ell, es necessita veure l'objecte conjuntament amb el que l'envolta. Això determinarà el flux incident a la xemeneia. En aquest estudi s'agafa la xemeneia amb el terra, agafant com a suposició que no hi haurà cap objecte davant d'aquesta. Per tant, tot el flux que incideix sobre el sòlid serà de les mateixes característiques, en quant a turbulència es refereix, que el que es posa d'entrada o *inlet*, també conegut com a flux lliure.

És cert que aquesta hipòtesi fa que s'allunyi de la realitat ja que una xemeneia d'aquestes característiques es normal poder veure-la situada rodejada d'altres xemeneies o estructures en indústries, per exemple. Tot i així, col·locar possibles objectes davant significaria estudiar un cas molt específic el qual es complicaria notablement. Per aquest motiu s'ha decidit estudiar un domini del fluid o *Fluid Domain* senzill i sense obstacles.

Per tenir una idea general dels Reynolds en els que es mourà l'estudi, es calcula mitjançant la fórmula i posant una velocitat d'entrada de 27,7 m/s. La longitud o àrea característica és de 2m.

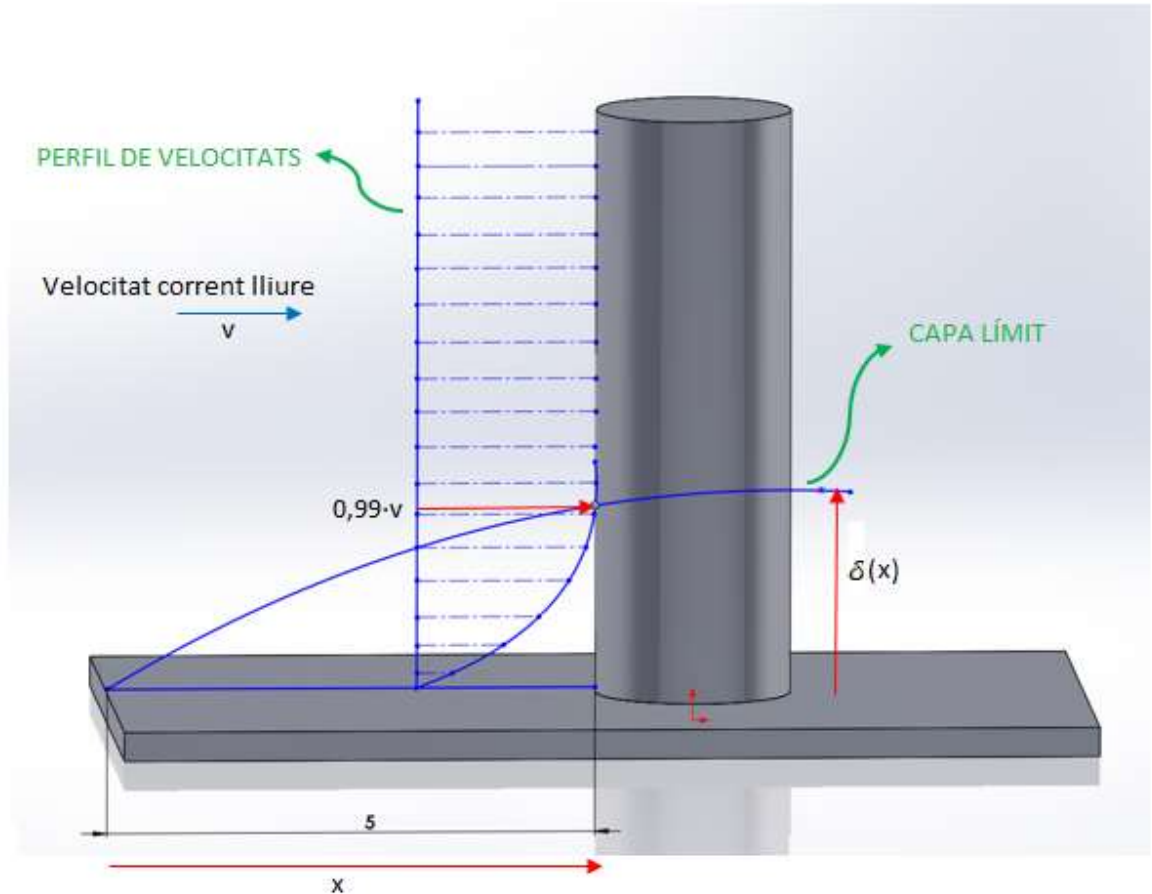
$$Re = \frac{UL}{\nu} = \frac{27,7 \cdot 2}{1,5 \cdot 10^{-5}} = 3,69 \cdot 10^6$$



Il·lustració 7. Reynolds de l'estudi

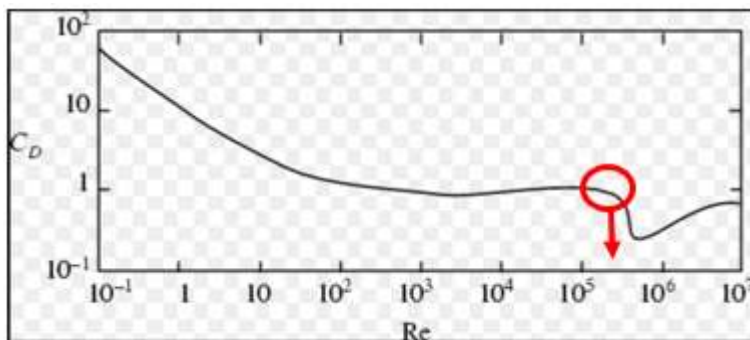
Això implica que s'estudia un règim turbulent just després de passar la zona de transició.

Per determinar la turbulència amb la que el flux incideix sobre la xemeneia es treballa mitjançant la teoria de capa límit. D'aquesta manera es determina de quin tipus es la capa límit en estat estacionari. En l'esquema que hi ha a continuació es visualitza com s'aplica la teoria en el model del terra més la xemeneia com a objectes del *Fluid Domain*. També es veuen les variables que es determinen a continuació i les variables fixades de la geometria.



Il·lustració 8. Esquema de la teoria de la capa límit

Per fer l'estudi de capa límit, es busca el Reynolds de transició al gràfic.



Il·lustració 9. Reynolds de transició

Seguidament es determina a quina distància x de l'inici té lloc la transició de la zona laminar a la zona turbulenta, sabent que el Reynolds de transició és $Re_T \approx 2 \times 10^5$. Es veu a la figura 9.

$$Re_T \approx \frac{U \cdot X_T}{\nu} = \frac{27,77 \cdot X_T}{1,5 \cdot 10^{-5}}$$

$$X_T = 0,108 \text{ m}$$

Aïllant la x_T dona un resultat de 0,108 metres. Això vol dir que a partir d'aquesta distància tota la capa límit serà turbulenta.

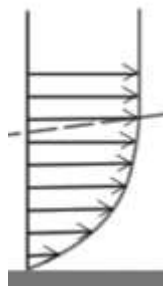
Per determinar el gruix de la capa límit a la zona que impacti contra la xemeneia, i segons la teoria, es determina el Reynolds a la distància de 5 metres, distància on es trobarà amb el cilindre.

$$Re = \frac{UL}{\nu} = \frac{27,7 \cdot 5}{1,5 \cdot 10^{-5}} = 9,23 \cdot 10^6$$

Al tractar-se d'un règim turbulent s'aplica la equació 3 segons la teoria vista a l'apartat 4.4.
Capa límit.

$$\frac{\delta}{x} \approx \frac{0,16}{Re_x^{1/7}} \rightarrow \delta = \frac{0,16 \cdot 5}{9,23 \cdot 10^6^{1/7}} = 0,081 \text{ metres}$$

Això vol dir que en el moment que el flux impacta amb el sòlid xemeneia, la capa límit té un gruix de 0,081 metres. En aquesta zona la velocitat no és la considerada com a 100km/h imposada al flux lliure. De fet, just al terra hi ha una velocitat de 0km/h i a mesura que s'aproxima al final de la capa límit va augmentant fins a assolir el 99% de la velocitat d'entrada a una alçada de 0,081 metres.



Il·lustració 10. Velocitat de 0 al 99% dins de la capa límit.

Respecte els 20 metres d'alçada que té l'estructura, representa un 0,4%. Per tant es considera negligible l'efecte del terra en quant a la capa límit i s'estudia tot el projecte en turbulència.

6.4. Forces i coeficients

Per a determinar les forces, i tal i com s'ha vist a la teoria de l'apartat 5. *Flux al voltant de cossos*, s'aplica la equació 5:

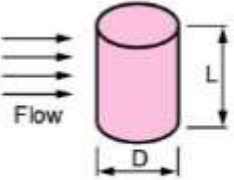
$$F = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A \cdot C$$

Equació 5

Al tractar-se d'un estudi on només influeix la força de pressió, el coeficient passa a ser el C_D ja vist en apartats anteriors, i l'àrea passa a ser l'àrea del pla normal a la velocitat d'entrada, es a dir, el diàmetre multiplicat per l'alçada.

El C_D de un cilindre vertical on l'aire incideix de manera perpendicular a ell, està tabulat i és funció de l'alçada i el diàmetre d'aquest.

Segons la taula 5.1 de l'apartat 5.2. *Coefficient de resistència a l'avanç*, i tenint en compte que la relació alçada/diàmetre (h/D) és de 10, el coeficient de drag hauria de ser de 0,82.



L/D=1	0.63
L/D=2	0.68
L/D=5	0.74
L/D=10	0.82
L/D=40	0.98
L/D=∞	1.20

Aplicant la equació 5 de la força:

$$F_D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A \cdot C_D = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 27,7^2 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 0,82 = 15,5 \text{ kN}$$

Aquesta és la força teòrica en la direcció del vent que exerceix aquest sobre la xemeneia.

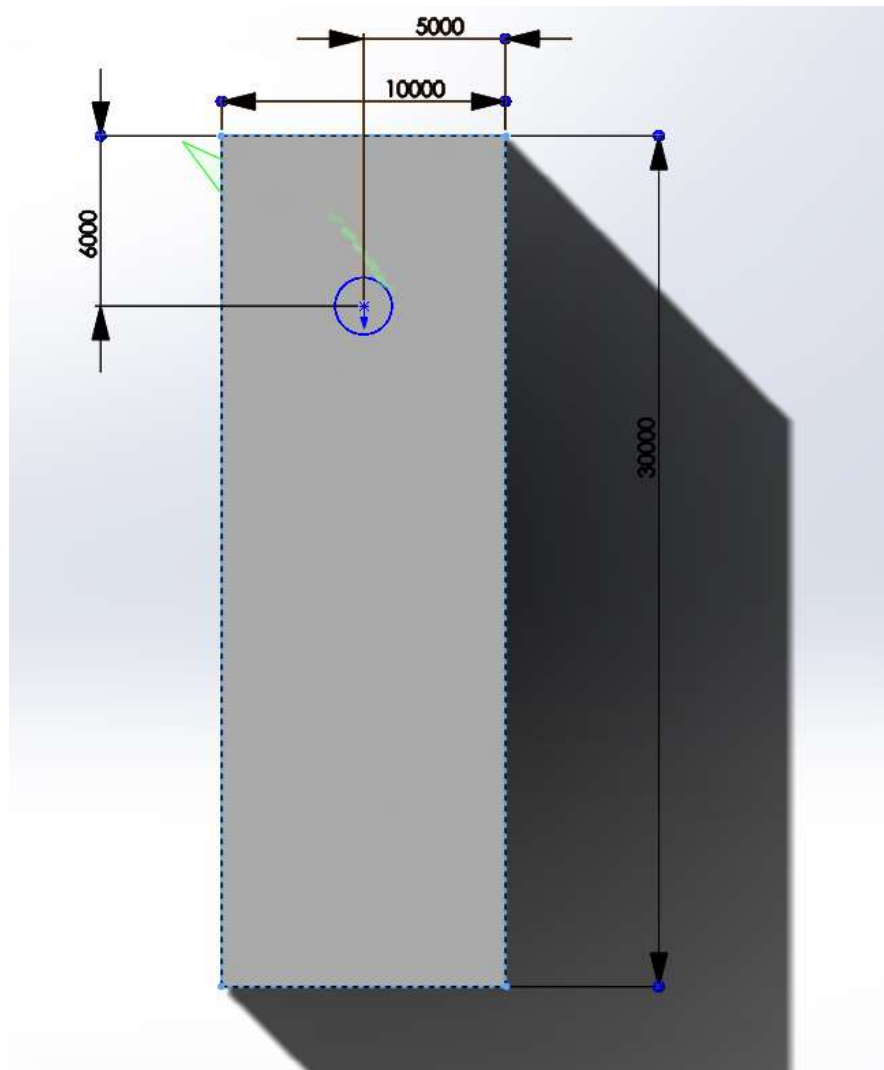
En els següents apartats es valorarà i compararà aquests resultats teòrics amb resultats experimentals trets de les simulacions.

7. SIMULACIONS

7.1. Models, mallat i set up.

Per simular l'estudi s'ha decidit utilitzar el software de Ansys CFX.

Mitjançant el software de Solidworks s'ha creat el *Fluid Domain*. Aquest és un cub de 30 metres d'alçada per 30 metres de llargada. L'ample es de 10 metres.



Ansys 1. Domini del fluid vist desde la planta

S'ha escollit aquesta configuració a base de prova i error. Al principi es va començar a simular amb unes dimensions més reduïdes ja que a l'hora de mallar un volum tan gran representa la creació de molts nodes, i això implica temps de simulació i necessitat de ordinadors potents i versions no estudiantils del software. Tenint en compte aquests factors, l'estudi està bastant

limitat i per això es va començar amb un volum més petit.

Amb les primeres simulacions, els resultats no eren correctes i es necessari ampliar la zona d'estudi, tant per darrere com per davant de la xemeneia.

Es va decidir ampliar a 5 metres per davant i 23 metres per darrere.

Com bé s'ha comentat, s'han fet 5 models diferents comentats en el punt 7.1. *Abast de l'estudi*.

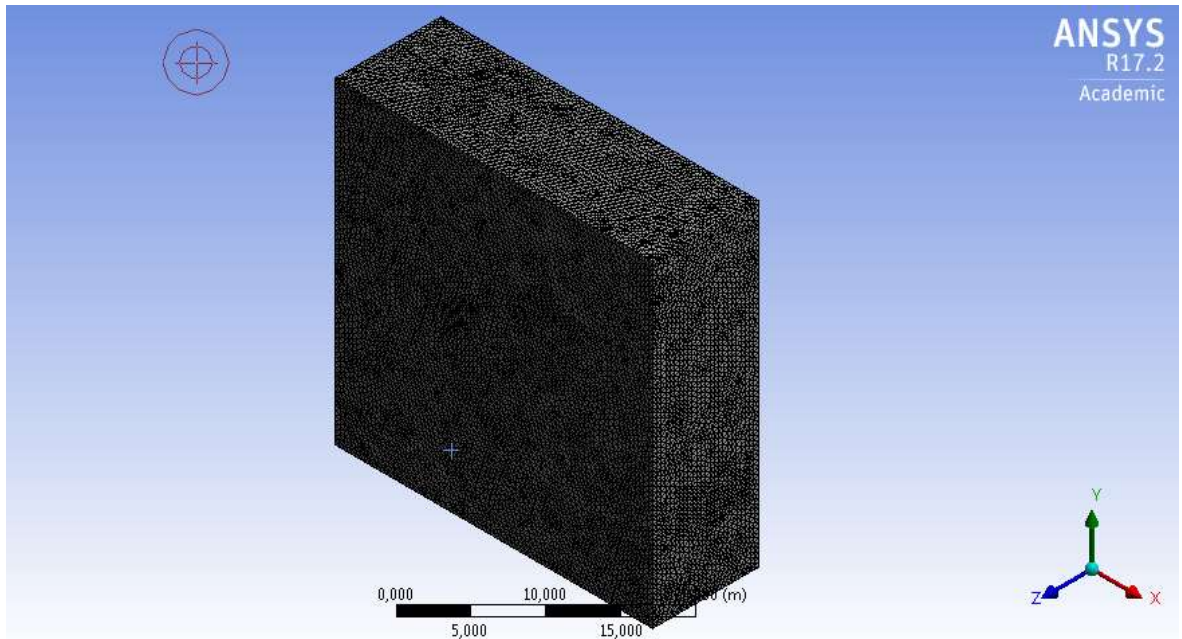
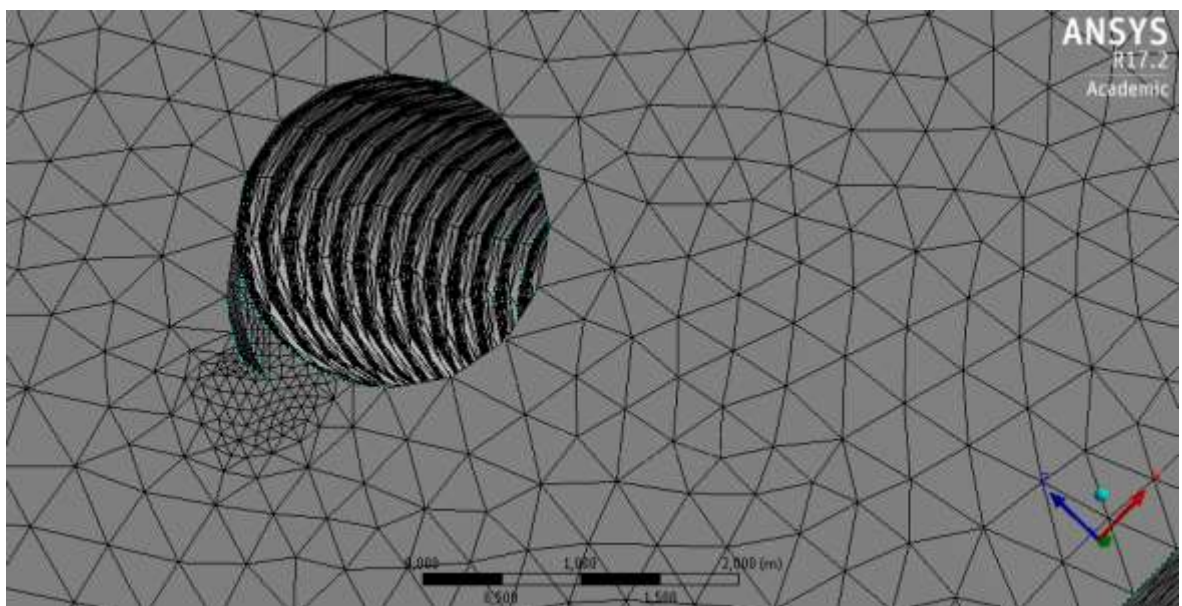
Al ser figures geomètriques amb corbes s'ha decidit mallar en amb la metodologia tetraèdrica. Posteriorment s'ha escollit un tamany de node suficientment petit i refinant en al voltant de la aleta helicoïdal.

Dintre dels límits que s'ha pogut amb el software amb la versió 17.2 estudiantil, s'han mallat els diferents models de la següent manera:

	NODES	ELEMENTS
XEMENEIA 1	187.618	1.065.762
XEMENEIA 2	267.565	1.490.552
XEMENEIA 3	268.914	1.507.792
XEMENEIA 4	271.650	1.530.816
XEMENEIA 5	317.356	1.800.578

Taula 7-1. Nombre de nodes i elements del mallat de la simulació

Per una idea més generalitzada, a continuació es veuen dos imatges de la malla completa i del refinat que s'ha fet a les aletes.

*Ansysis 2. Mallat**Ansysis 3. Mallat refinat*

Finalment, per poder començar a simular, s'ha definit un *inlet* i un *outlet*. La velocitat a la entrada és de 100 km/h i la pressió a la sortida de 0 Pa ja que es treballa amb pressions relatives.

El terra s'ha definit com a *Wall* o paret i s'ha definit sense rugositat per treure complexitat a l'estudi. De igual manera s'ha fet amb la xemeneia i amb les aletes helicoïdals.

Tant les parets laterals com la paret superior s'han definit com a simetria. Aquesta condició de contorn funciona quan es troba lluny de la zona d'influència de l'aire, es a dir, en zones on l'aire torna a ser estacionari amb velocitats iguals a les del flux lliure.

S'ha simulat amb les propietats del fluid tal i com s'han comentat anteriorment. La densitat de $1,225 \text{ kg/m}^3$ equivalent a la densitat a la pressió de l'atmosfera terrestre a nivell del mar i a 20°C . L'aire s'ha considerat com a flux no compressible degut a la baixa velocitat d'estudi i prèviament raonat amb el nombre de Mach a l'apartat 7. *Estudi teòric de la xemeneia sense aletes*. Es considera també un flux permanent ja que les propietats del fluid i les condicions de moviment del mateix no varien al llarg del temps en un mateix punt.

S'ha agafat un model k-epsilon ($k-\epsilon$) per estudiar la turbulència.

S'ha agafat una intensitat de turbulència de un 5%.

7.1.1. Model $k-\epsilon$

Tot i que no s'ha parlat fins ara, es fa una breu introducció sobre què és un model de estudi de la turbulència. El model k-epsilon és el model més comú usat a la mecànica computacional de fluids per simular les característiques principals del flux en condicions turbulentes. És un model amb dos equacions que dona una descripció general de la turbulència mitjançant dos equacions de transport.

- La primera variable de la equació del transport determina la energia en una turbulència i se li diu *turbulent kinetic energy*. Es representa amb la lletra k .
- La segona variable de la equació del transport és la dissipació de la turbulència o *turbulence dissipation*, que determina el índex de dissipació de l'energia cinètica turbulenta o *turbulent kinetic energy*. Es representa amb la lletra epsilon ϵ .

Aquest model es centra en els mecanismes que afecten a la energia cinètica turbulenta. La hipòtesis per utilitzar el model k-epsilon és que la viscositat turbulenta és isotròpica, es a dir, la relació entre el esforç del Reynolds i el principal rati de deformacions es el mateix en totes les direccions.

El model k-epsilon està confeccionat específicament per a capa plana de amb esforç tallant i fluxos recirculatoris. És el model més usat i valida el model turbulent amb aplicacions on els gradients de pressions són relativament petits i on el Reynolds juga un paper important.

7.1.2. Intensitat de turbulència

El valor de la intensitat és un percentatge del nivell de intensitat de turbulència en fluids. És un error dir que una intensitat del 50% significa que el flux és 50% turbulent i 50% laminar. En fluids el moviment turbulent és un fenomen altament complex que encara no s'ha pogut caracteritzar des de el punt de vista teòric. Per això es fa ús de la estadística.

Per definició, la intensitat de turbulència és un coeficient adimensional definit com:

$$I = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{v}$$

On σ^2 és la desviació estàndard de la variància del valors principals i fluctuants del fluid que utilitza valors mitjans experimentals pel càlcul; i v és la velocitat característica escalar del flux principal o flux lliure.

La intensitat de turbulència s'obté casi exclusivament a partir de dades experimentals.

De manera que per una velocitat de flux lliure de 27,7 m/s i amb una intensitat de turbulència del 5%, arribaran a sortir valors de 26,32m/s a 29,1 m/s, segons:

$$\vec{v} = \vec{v} \mp \sigma^2 = 27,77 \pm 1,39 \text{ m/s}$$

7.2. Resultat i validació del model sense aletes

A continuació es procedeix amb els resultats de les simulacions.

Primerament es vol validar el resultat teòric calculat a l'apartat 7. *Estudi teòric de la xemeneia sense aletes*, comparant-lo amb el resultat experimental que surt després de der la simulació amb el software en qüestió.

Es procedeix a graficar les variables més importants a l'hora d'estudiar la xemeneia i comprovar com suporta a la teoria. A continuació es pot veure com es desenvolupa la pressió i la velocitat del flux al voltant de l'estructura.

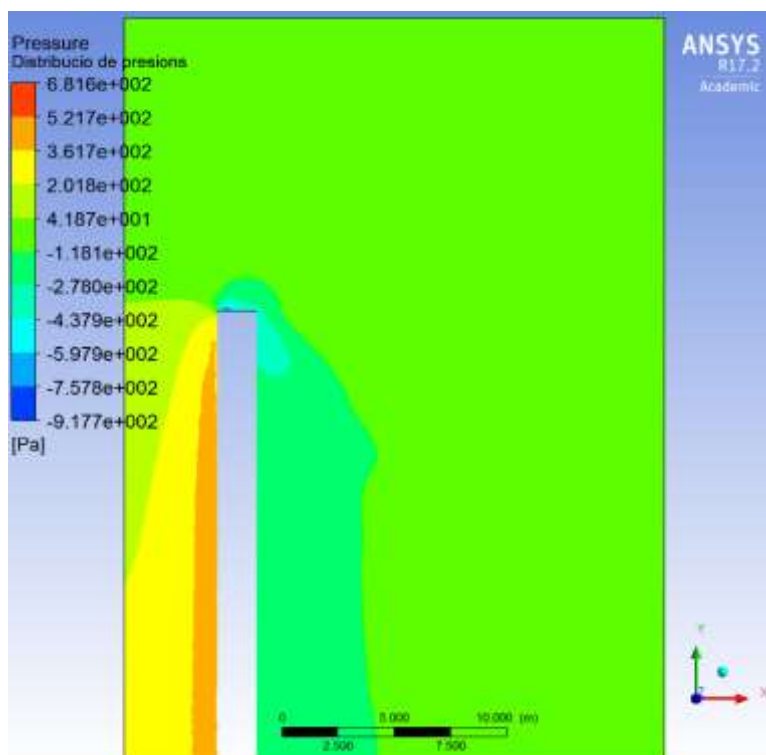


Figura 11. Distribució de pressions vista de perfil

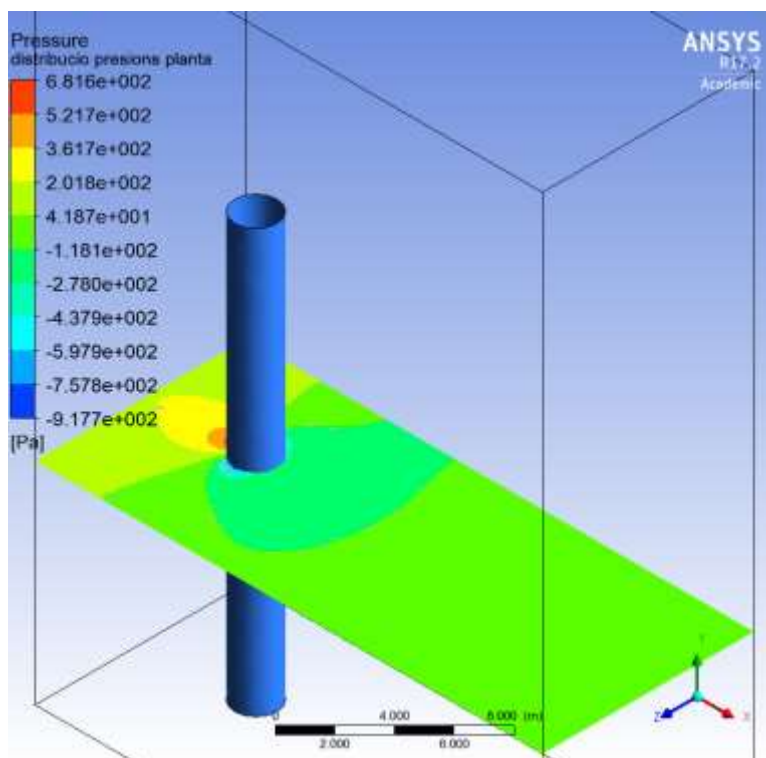


Figura 12. Distribució de pressions vista de planta

Com es pot veure en les imatges 11 i 12, a mesura que el flux s'aproxima a la xemeneia la

pressió augmenta a la part frontal d'aquesta, que és on la velocitat xocarà començant a crear la capa límit. La pressió relativa adquireix valors de fins a 681 Pa que s'aconsegueixen en la zona frontal de la xemeneia. Per contra es crea una depressió a la zona posterior del sòlid que es veu amb un color verd blavós i que adquireix valors de entre 270 i 430 Pa en valors negatius. Cal recordar que es refereix a pressions relatives.

El pla paral·lel a terra que es veu en la figura 12 es repeteix sense alterar significativament la distribució de pressions al llarg de la xemeneia, tenint en compte que quan s'aproximi a la base o als 20 metres podrà patir canvis en la distribució. Aquests canvis es poden apreciar a la figura 12, que és la xemeneia vista de perfil amb la corresponent distribució de pressions.

L'evolució de la pressió es manifesta en un canvi de velocitat de l'aire. A mesura que el flux augmenta la pressió, la velocitat també ho fa, arribant al seu màxim a la part frontal de la xemeneia. Per darrere, i tal i com s'ha estudiat a la teoria, apareix una depressió plasmada en el gràfic com pressions negatives. Això implica velocitats poc elevades i es crea una succió.

A la figura 13 es veu el canvi de velocitat i es pot relacionar amb la distribució de pressions ja vista.

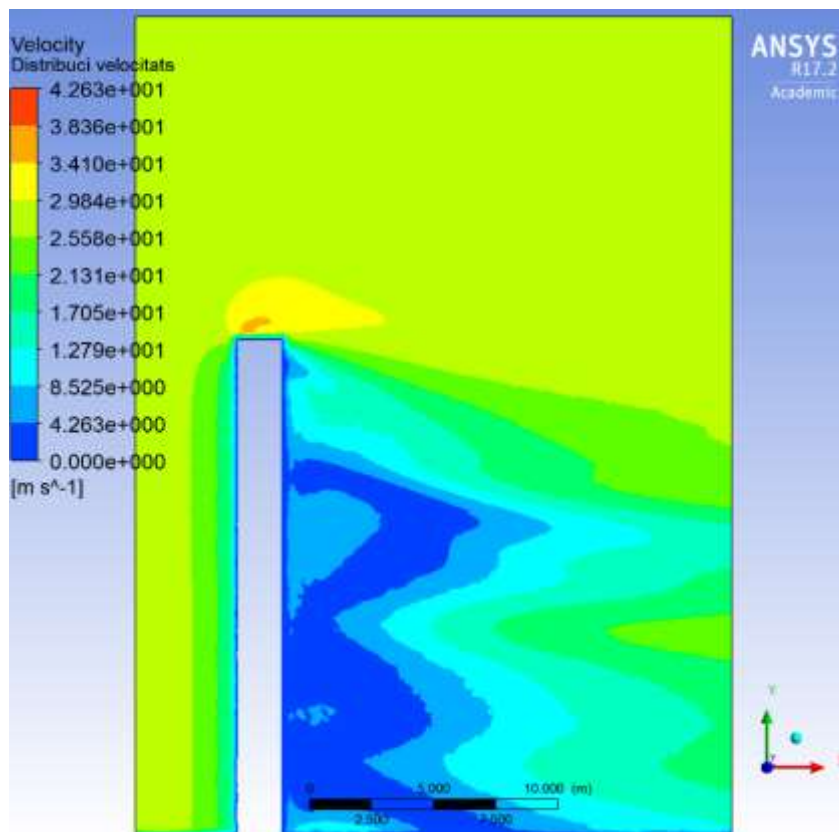


Figura 13. Distribució de velocitats des de una vista de perfil

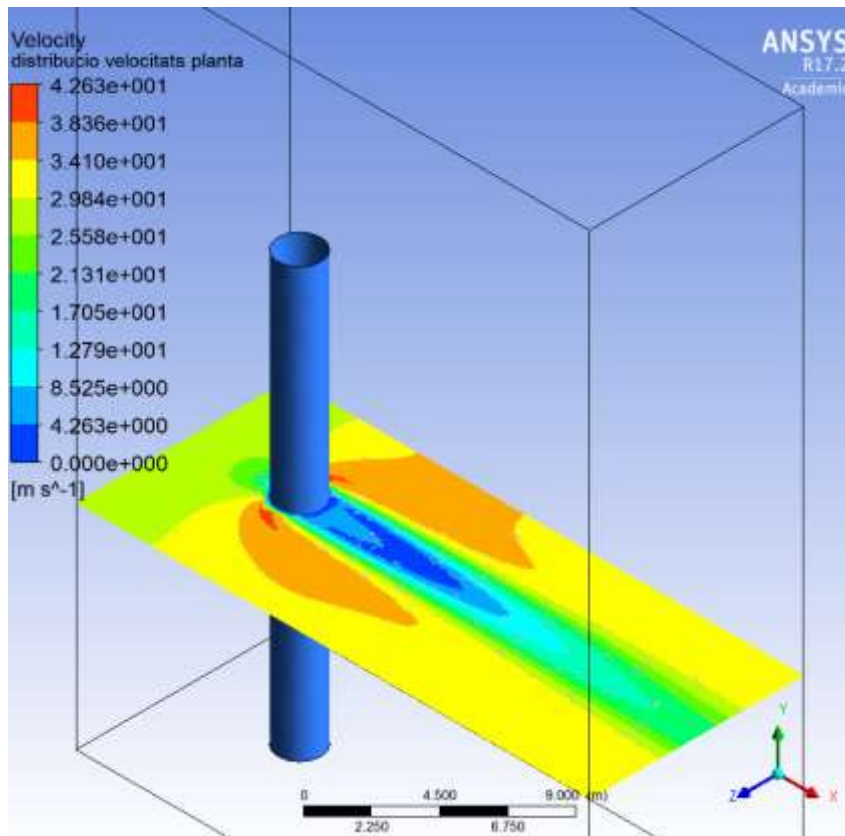


Figura 14. Distribució de la velocitat des de una vista de planta

De la mateixa manera que s'ha fet el gràfic de pressions, s'ha confeccionat el de velocitats, on s'aprecia clarament com en la zona d'estudi del darrera de la xemeneia la velocitat és 0. Això és degut a la depressió que apareix, creant forces de succió i fent aparèixer remolins que fan generar turbulència a l'aire, tal i com es pot apreciar a la figura 15 i 16 a continuació.

També s'adjunta les imatge 17 de la velocitat en forma de vector, de manera que a part de veure el mòdul es pot apreciar el sentit i direcció que pren aquesta en qualsevol instant.

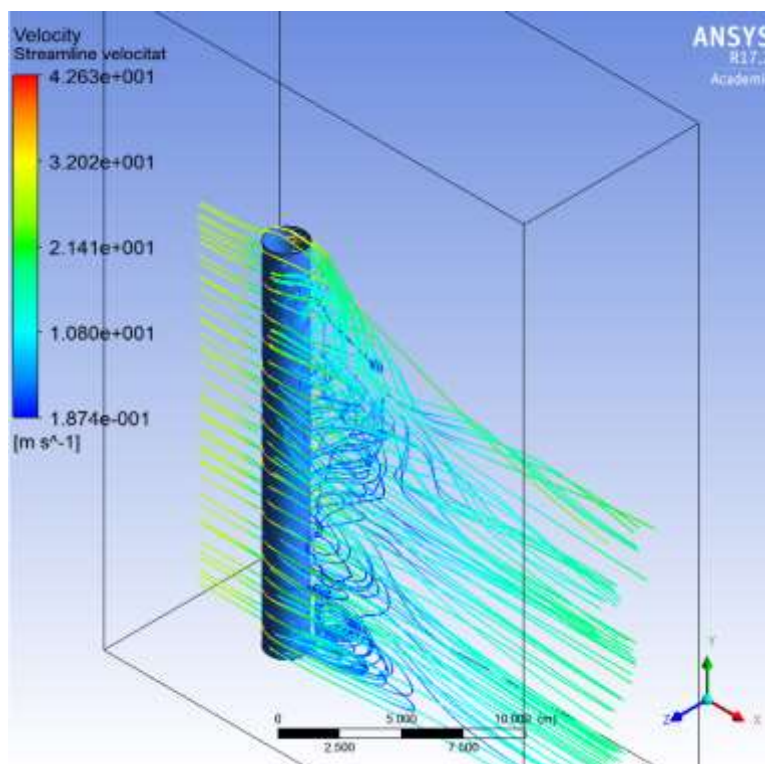


Figura 15. Streamline de la velocitat

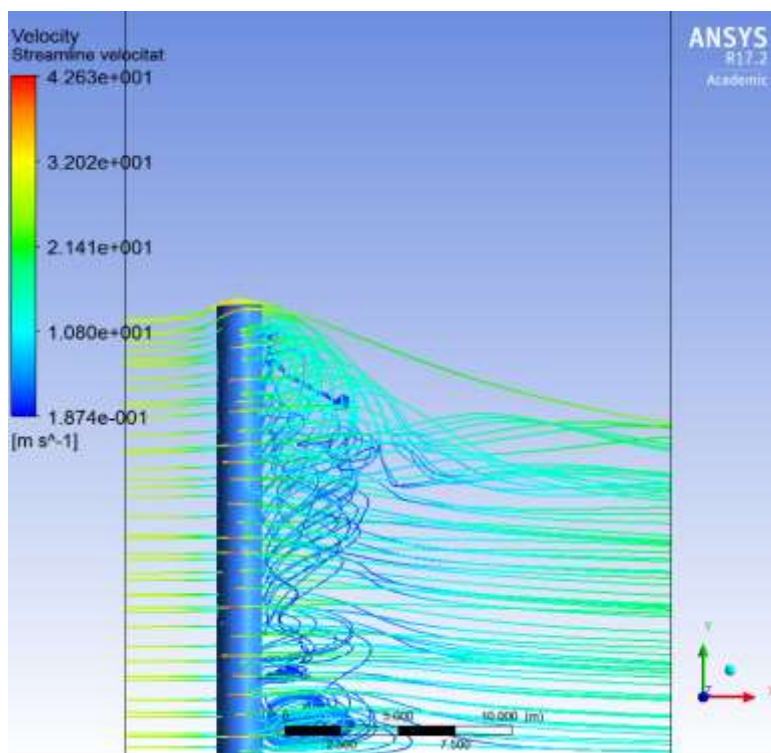


Figura 16. Streamline de la velocitat vista de perfil

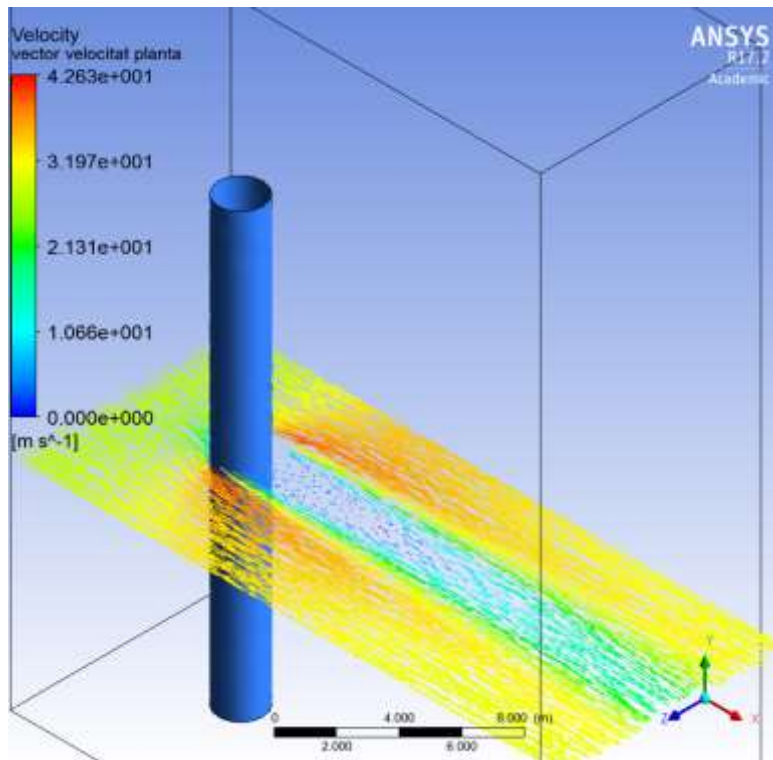


Figura 17. Vectors velocitat, vista de planta

Per concloure la simulació de la xemeneia sense aletes i poder comparar amb els resultats obtinguts teòrics, es fa un estudi de les forces monitoritzant el coeficient de resistència a l'avanç o drag. També es monitoritza el coeficient de sustentació o de lift.

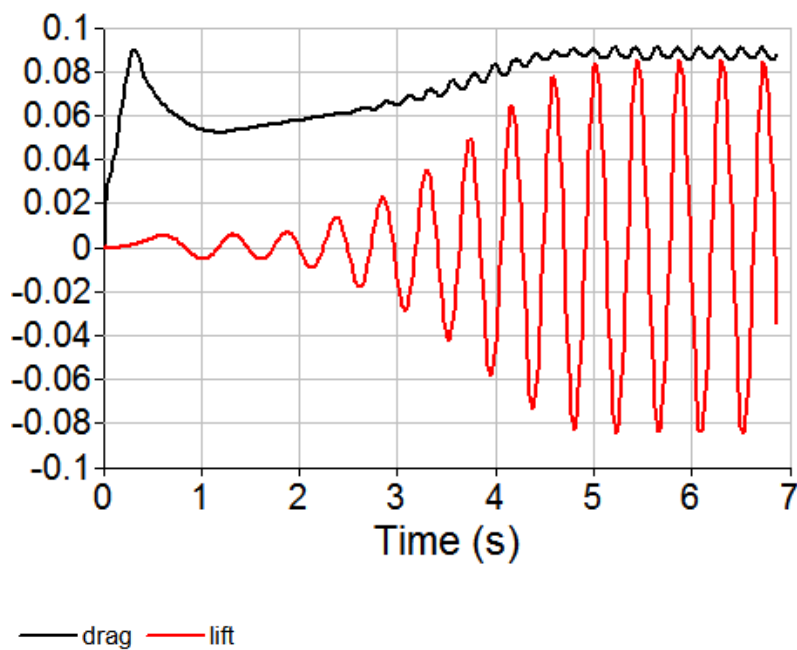


Figura 18. Monitor del coeficient de drag i de lift

Es veu que la simulació pot ser correcta ja que el coeficient de drag convergeix on s'espera mentre que el coeficient de lift no acaba convergint, sinó que al ser inexistent degut a la simetria del cos, aquest coeficient oscil·la indefinidament.

Seguidament, es fa un estudi de les forces que fàcilment proporciona el software. En convergir la funció, els valors en estat estacionari totals que exerceix l'aire sobre la xemeneia es mostren a continuació.

$$F_x = 19336,4 \text{ N} = 16,1 \text{ kN}$$

$$F_y = 0,47 \text{ N} = 0 \text{ kN}$$

$$F_z = -804,2 \text{ N} = -0,8 \text{ kN}$$

Els eixos són tals que la direcció x és la direcció i sentit del corrent lliure. L'eix y és la direcció paral·lela a l'eix del cilindre i en el sentit que va de la base fins a dalt.

Si es compara amb els resultats obtinguts amb la teoria es pot acceptar que la simulació està ben feta.

Resultats teòrics	Resultats experimentals
FD = 15,5 kN	FD = 16,1 kN

Taula 7-2. Resultat teòric i experimental de la força

La diferència és de 0,6 kN que representa un error del 3,7%. La diferència pot venir donada a que en l'estudi teòric no es té en compte el terra i el seu efecte, estudiant només el rang de la xemeneia fora de la capa límit que es crea amb el terra. En la simulació si que es té en compte.

Pel que fa a la força sobre l'eix Y i Z, teòricament dona 0 ja que el flux no incideix en aquesta direcció. A l'hora de fer la simulació, en certs moments la força queda descomposada en aquesta direcció ja que la velocitat canvia la seva direcció al interferir amb la xemeneia.

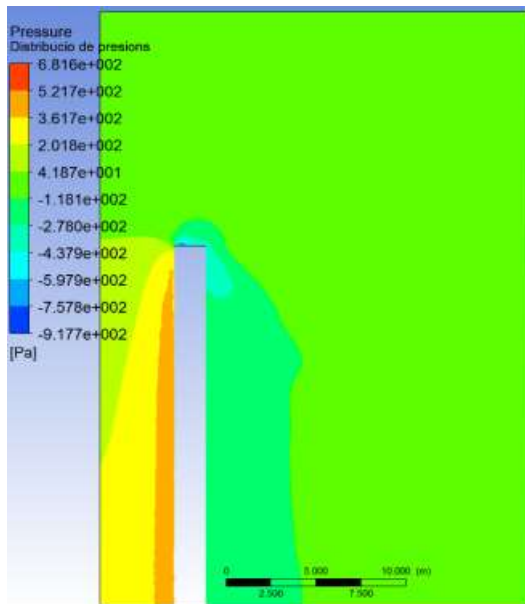
7.3. Resultats incorporant aletes helicoidals

A continuació s'han posat aletes amb diferents passos de rosca amb la finalitat d'estudiar quin és l'efecte que tenen. Tal i com s'ha descrit en l'apartat 8.1 *Models, mallat i set up*, es prenen les diferents xemeneies i es simulen.

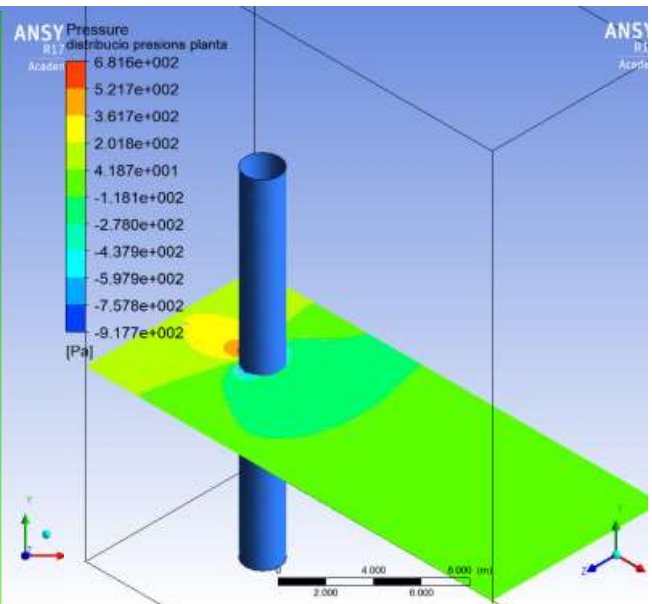
Pel que fa a les pressions, els resultats es mostren en les següents figures.

DISTRIBUCIÓ DE PRESSIONS DE PERFIL

DISTRIBUCIÓ DE PRESSIONS DE LA PLANTA



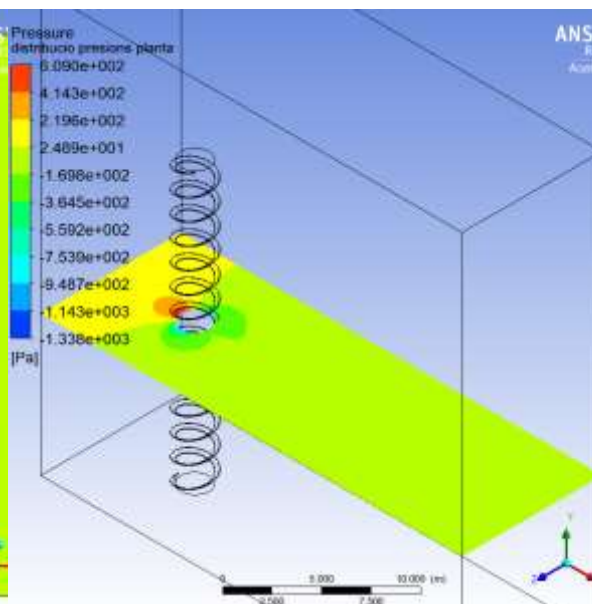
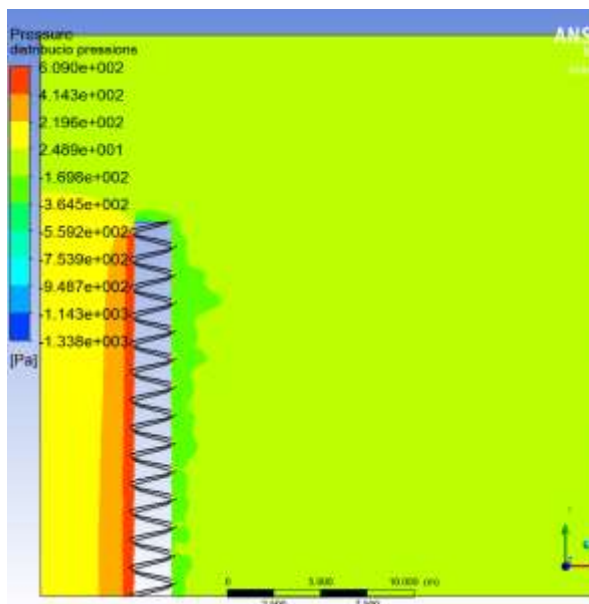
Figures 19 i 20. Distribució de pressions sense aleta, vista perfil



Figures 20. Distribució de pressions sense aleta, vista planta (a dalt)

Figures 21. Distribució de pressions amb pas de rosca de 1,5m. Vista de perfil

Figures 22. Distribució de pressions amb pas de rosca de 1,5m. Vista de planta



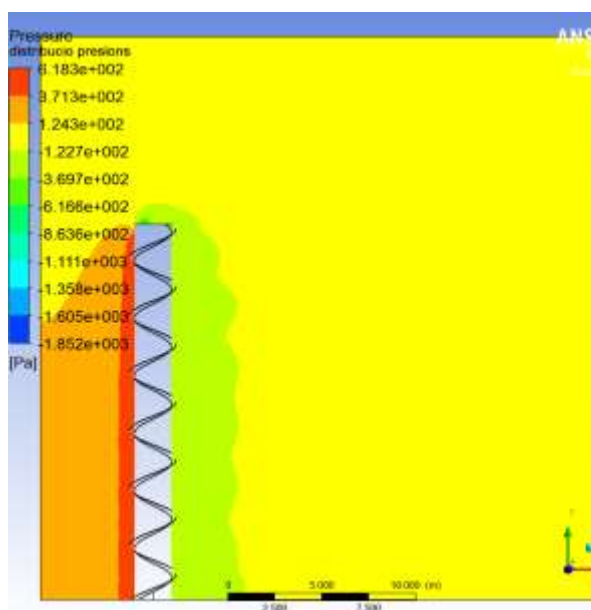


Figura 23. Distribució de pressions. Pas de rosca de 3 metres. Vista perfil

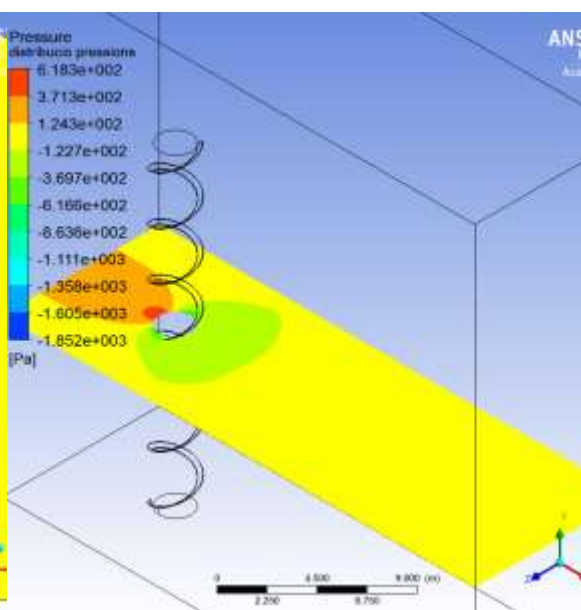


Figura 24. Distribució de pressions. Pas de rosca de 3 metres. Vista planta

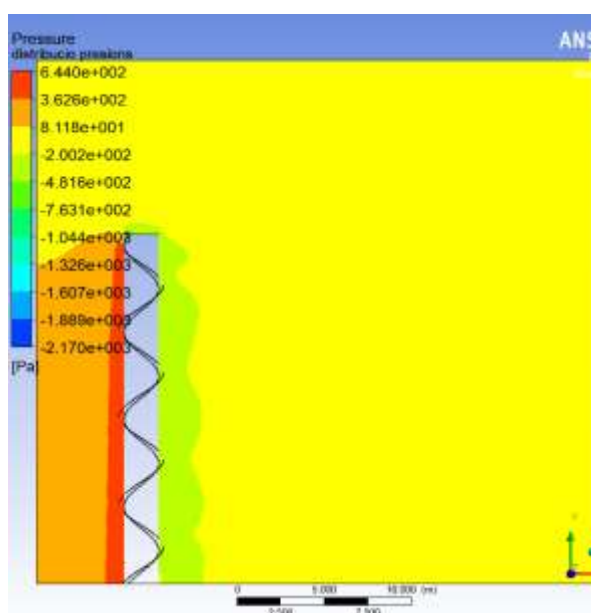


Figura 25. Distribució de pressions. Pas de rosca de 5 metres. Vista perfil

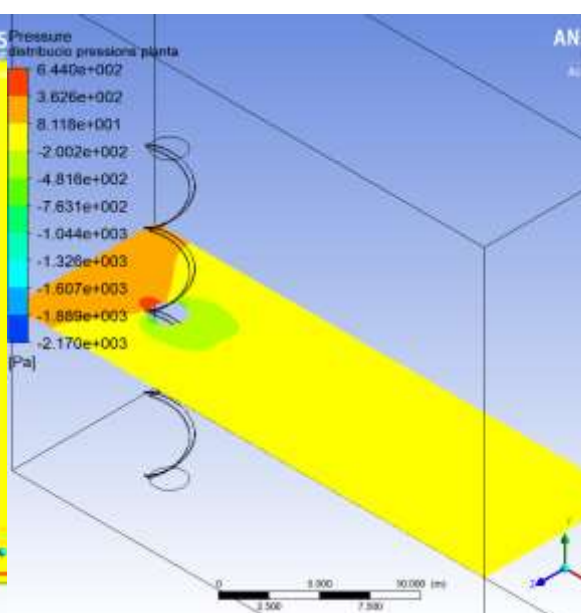


Figura 26. Distribució de pressions. Pas de rosca de 5 metres. Vista planta

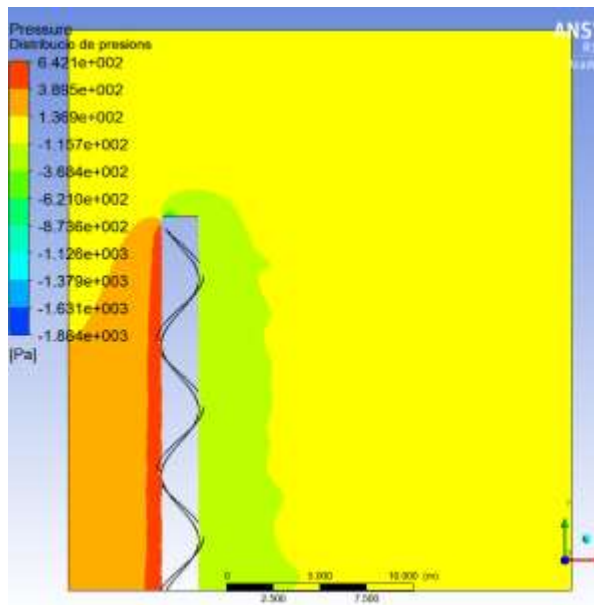


Figura 27. Distribució de pressions. Pas de rosca de 7 metres. Vista perfil

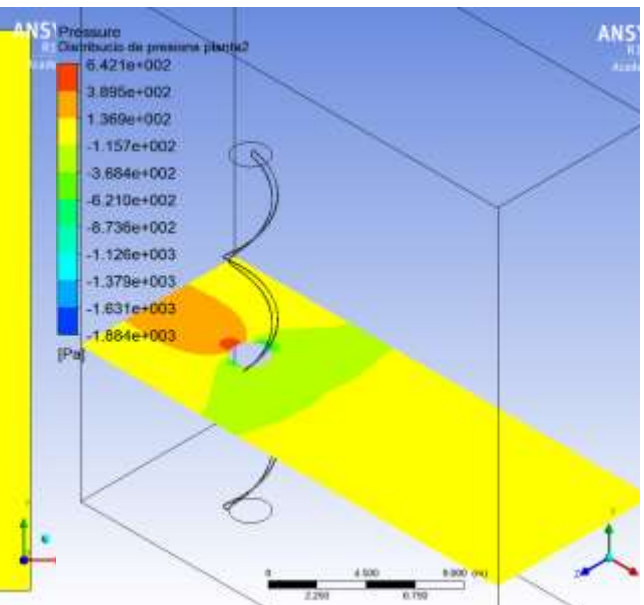


Figura 28. Distribució de pressions. Pas de rosca de 7 metres. Vista planta

A simple vista es detecta que pel que fa a la distribució de pressions no influeix gaire el pas de rosca. En la xemeneia on el pas de rosca es de 1,5 metres si que es veu que els valors de les pressions són una mica més baixos, amb gradients menors i una zona de pressions baixes menor a la part posterior de la estructura.

Si es compara amb la xemeneia sense aletes, es veu que la diferència de pressions sense aletes és superior a la que existeix quan es posen.

Seguidament es fa la mateixa comparativa per les velocitats.

DISTRIBUCIÓ DE VELOCITATS DE PERFIL

DISTRIBUCIÓ DE VELOCITATS DE PLANTA

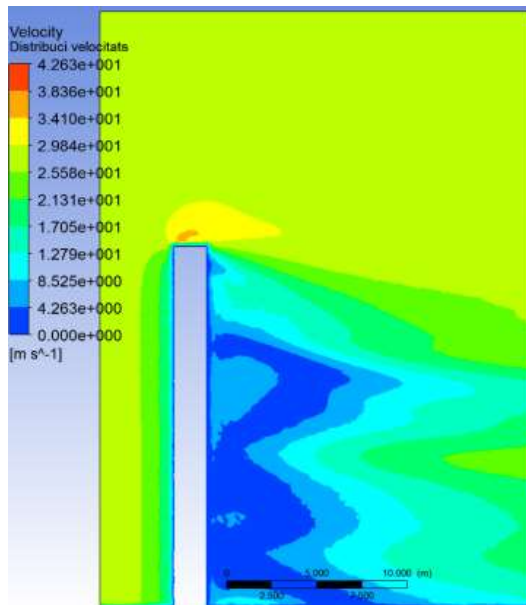


Figura 29. Distribució de velocitats sense aletes. Vista perfil

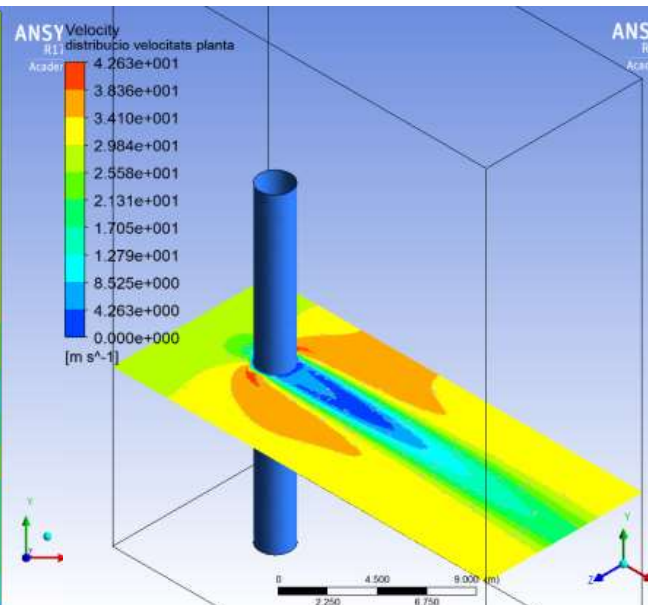
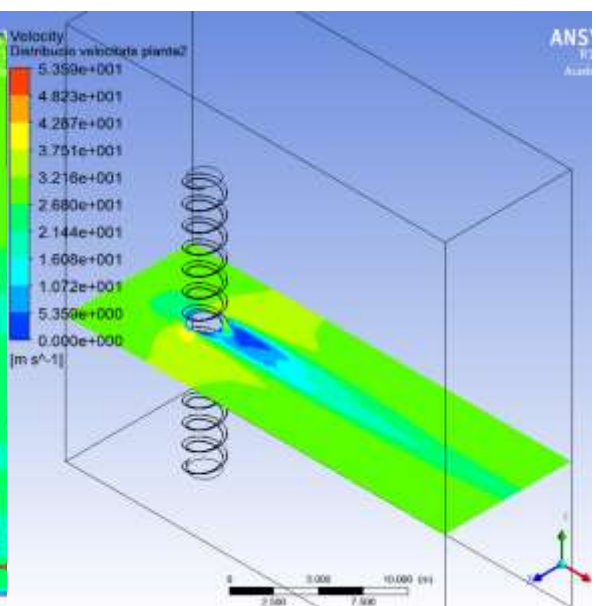
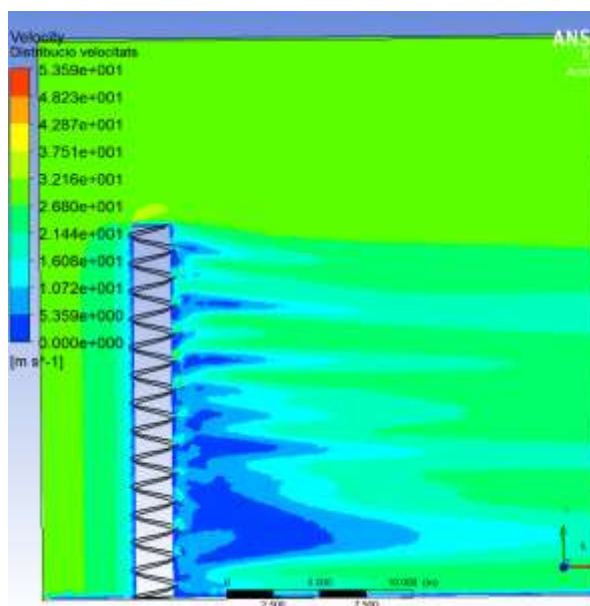


Figura 30. Distribució de velocitats sense aletes. Vista planta

Figura 30. Distribució de velocitats. Pas de rosca 1,5m. Vista perfil

Figura 31. Distribució de velocitats. Pas de rosca 1,5m. Vista planta



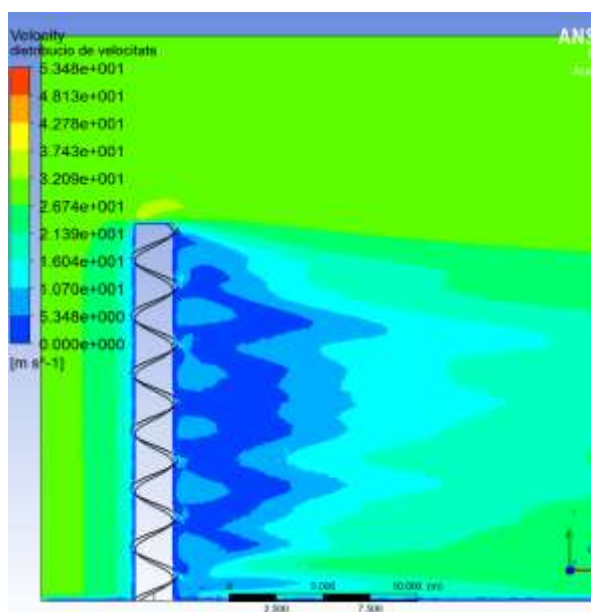


Figura 32. Distribució de velocitats. Pas de rosca de 3 metres. Vista perfil

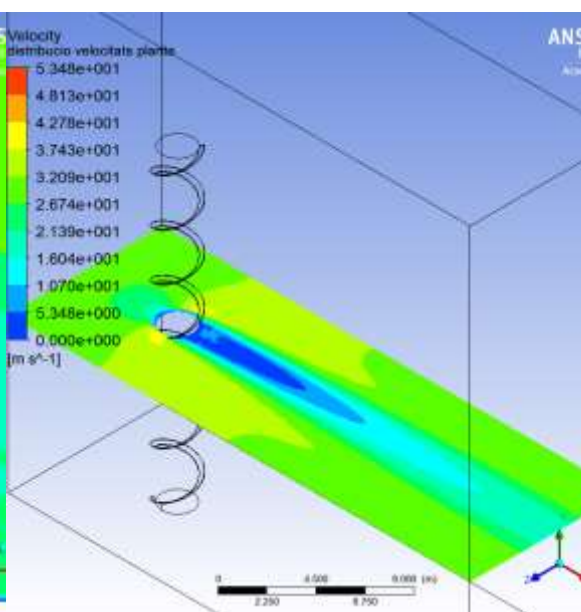


Figura 33. Distribució de velocitats. Pas de rosca de 3 metres. Vista planta.

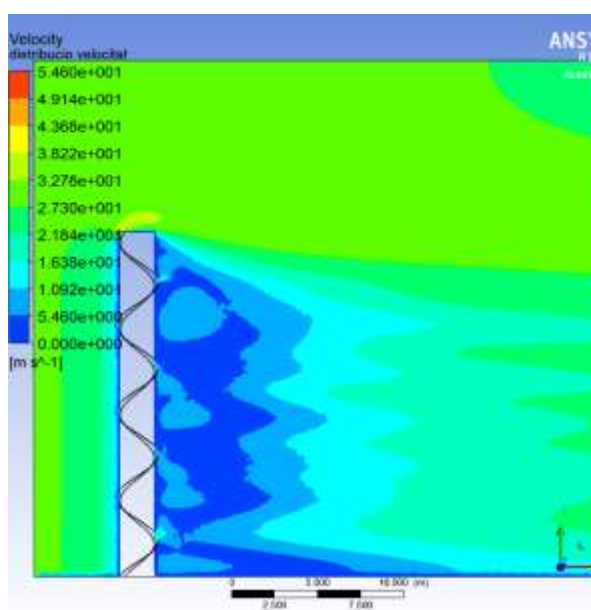


Figura 34. Distribució de velocitats. Pas de rosca de 5 metres. Vista perfil

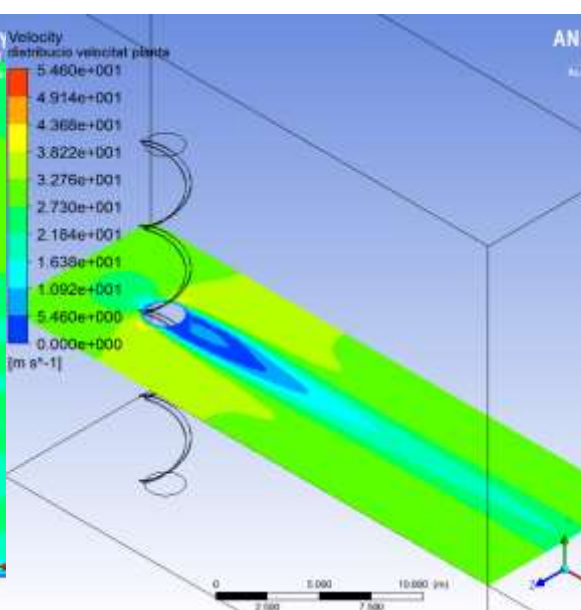


Figura 35. Distribució de velocitats. Pas de rosca de 5 metres. Vista planta

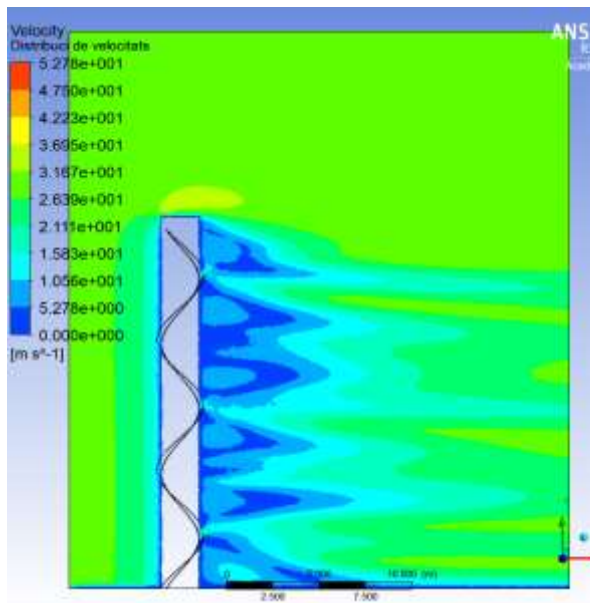


Figura 36. Distribució de velocitats. Pas de rosca de 7 metres. Vista planta.

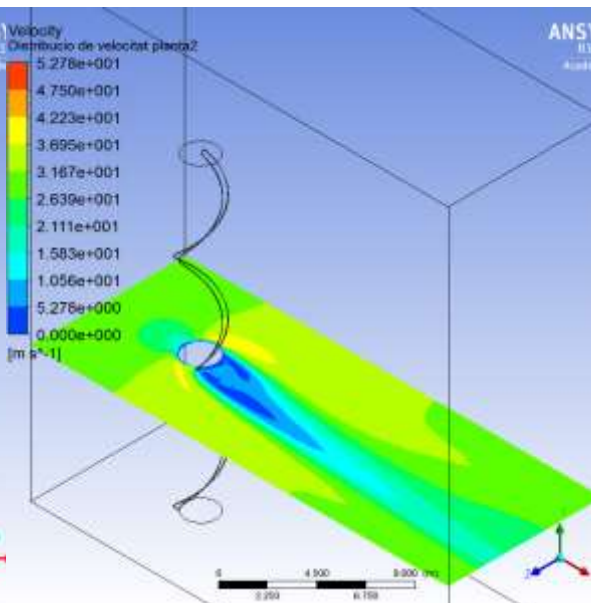


Figura 37. Distribució de velocitats. Pas de rosca de 7 metres. Vista planta.

Pel que fa a les velocitats, es pot veure que no existeix una relació lineal pel que fa al pas de rosca i a la variació de la velocitat.

Quan el pas de rosca és de 1,5 metres, la velocitat a la part posterior és major, eliminant gran part de la zona blau fort que indica una velocitat nul·la. Això concorda amb el gradient de pressions comentat en aquest pas de rosca.

Quan el pas de rosca és de 3metres i 5 metres, els valors que pren la velocitat per les diferents zones són molt semblants a la xemeneia sense rosca, amb la diferència que eviten zones molt grans on la velocitat mitjana és 0. Es distribueix millor la velocitat, fet que pot ajudar a la turbulència en aquella zona.

Quan el pas de rosca es de 7 metres, les zones amb velocitat nul·la disminueixen considerablement, igual que passa amb el pas de rosca de 1,5 metres.

Per tant no es pot treure una relació lineal considerable que relacioni la velocitat al darrere de la xemeneia amb el pas de rosca.

Per completar aquests resultats de les velocitats, i veure de manera més clara el vector velocitat, s'han graficat tal i com es pot veure en les següents figures de manera més ampliada:

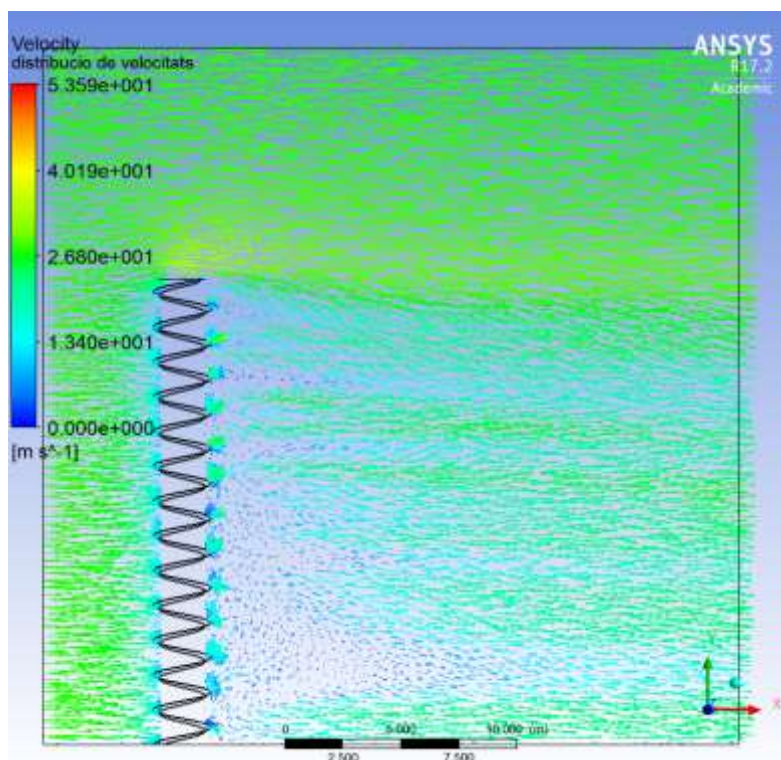


Figura 38. Vectors velocitat. Pas de rosca 1,5m. Vista perfil

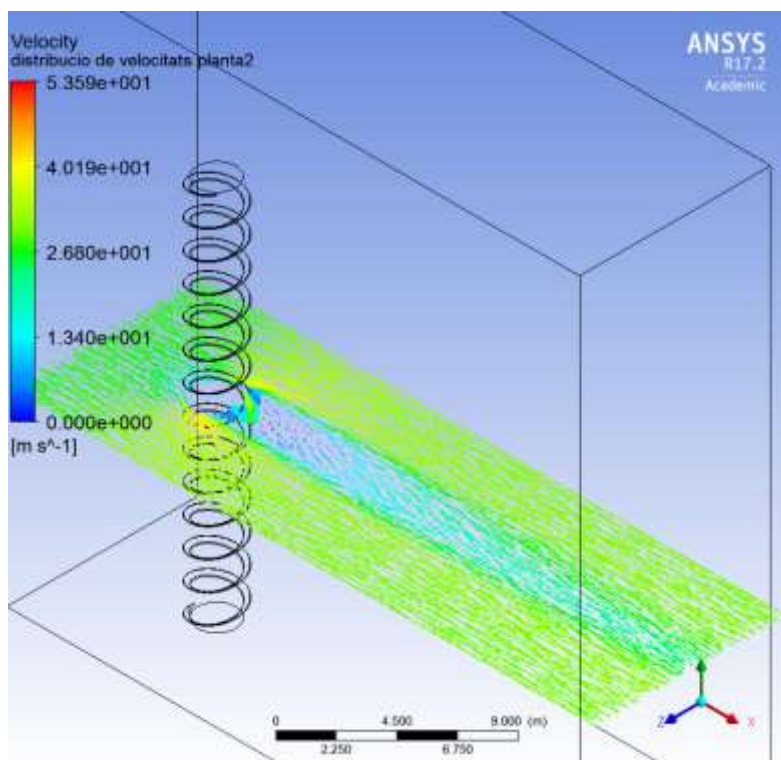


Figura 39. Vector velocitat. Pas de rosca 1,5m. Vista planta

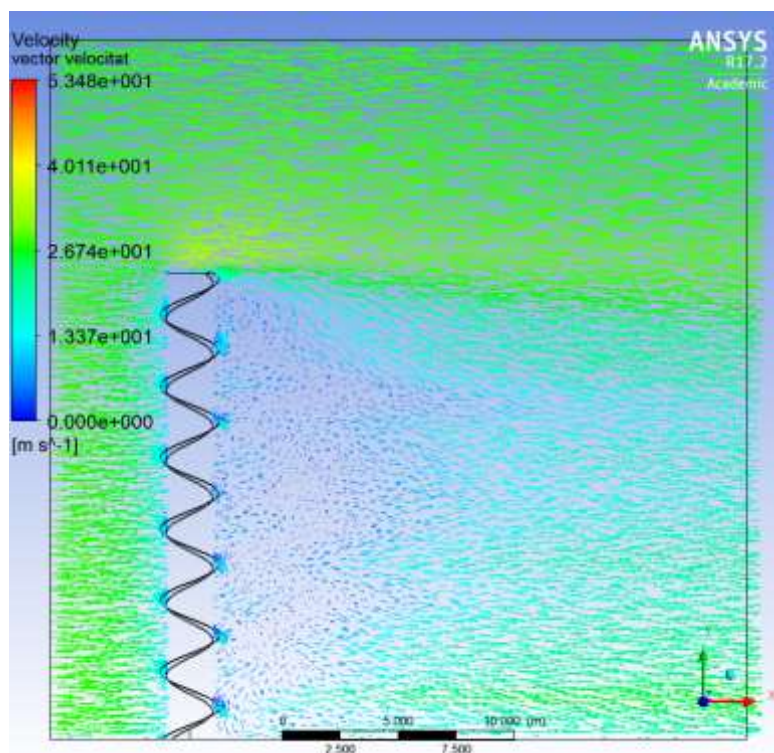


Figura 40. Vector velocitat. Pas de rosca 3m. Vista perfil

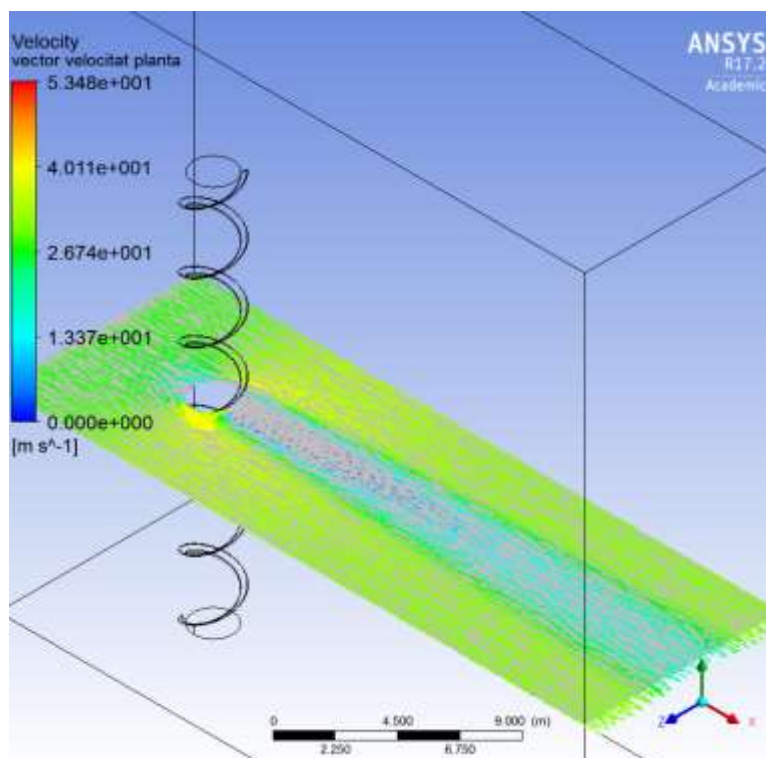


Figura 41. Vector velocitat. Pas de rosca 3m. Vista planta

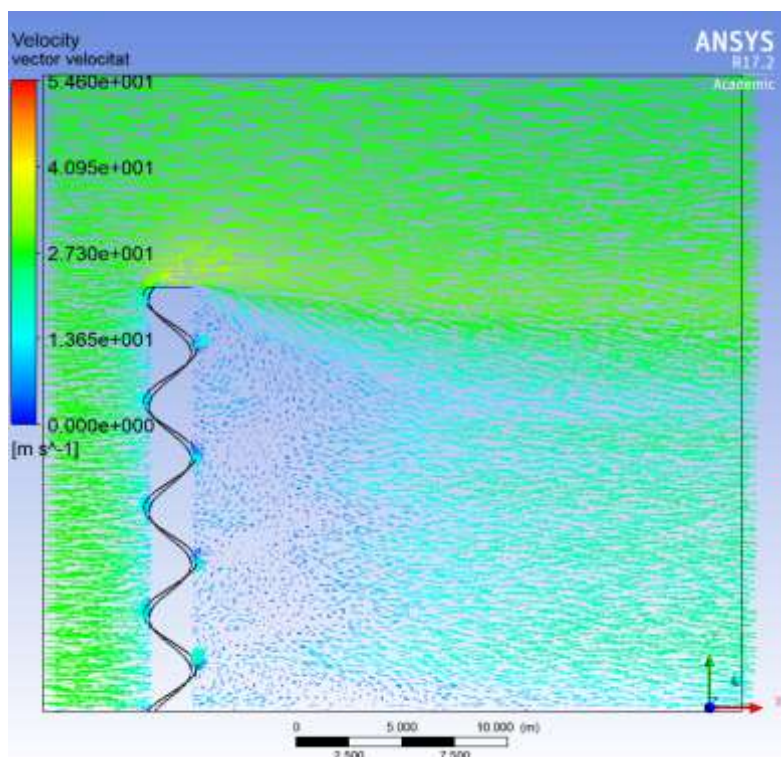


Figura 42. Vector velocitat. Pas de rosca 5m. Vista perfil

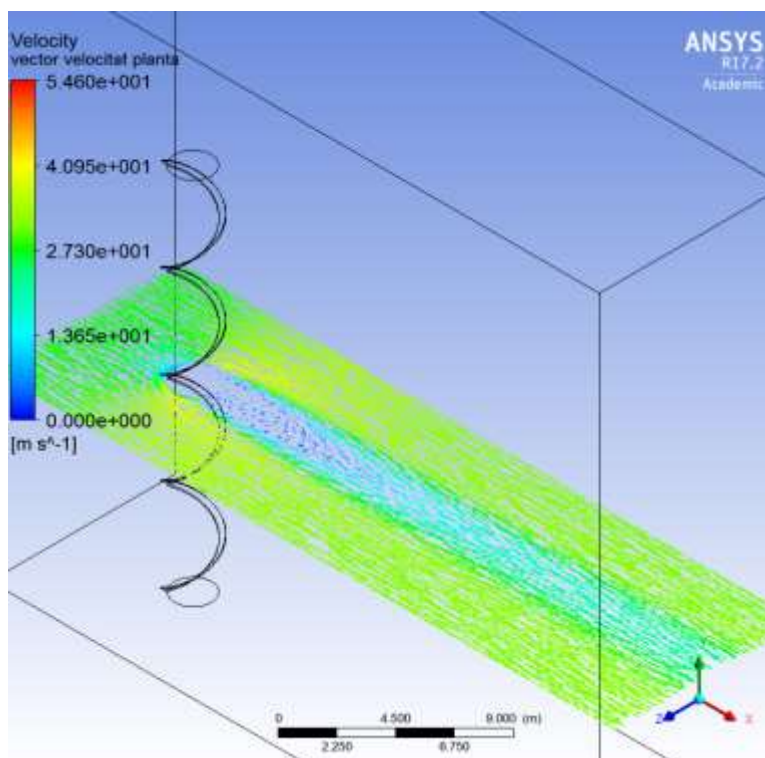


Figura 43. Vector velocitat. Pas de rosca 5m. Vista planta

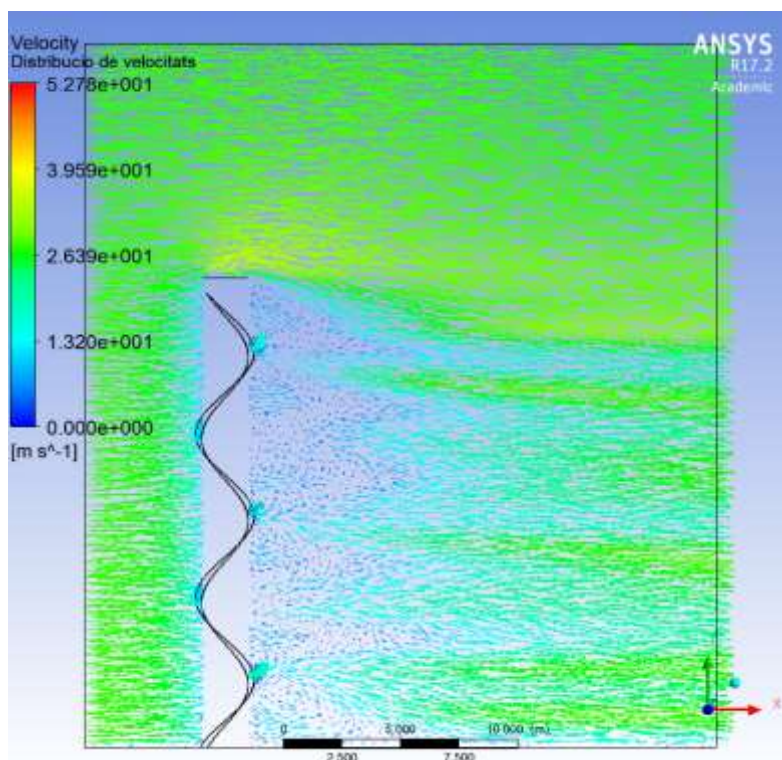


Figura 44. Vector velocitat. Pas de rosca 7m. Vista perfil

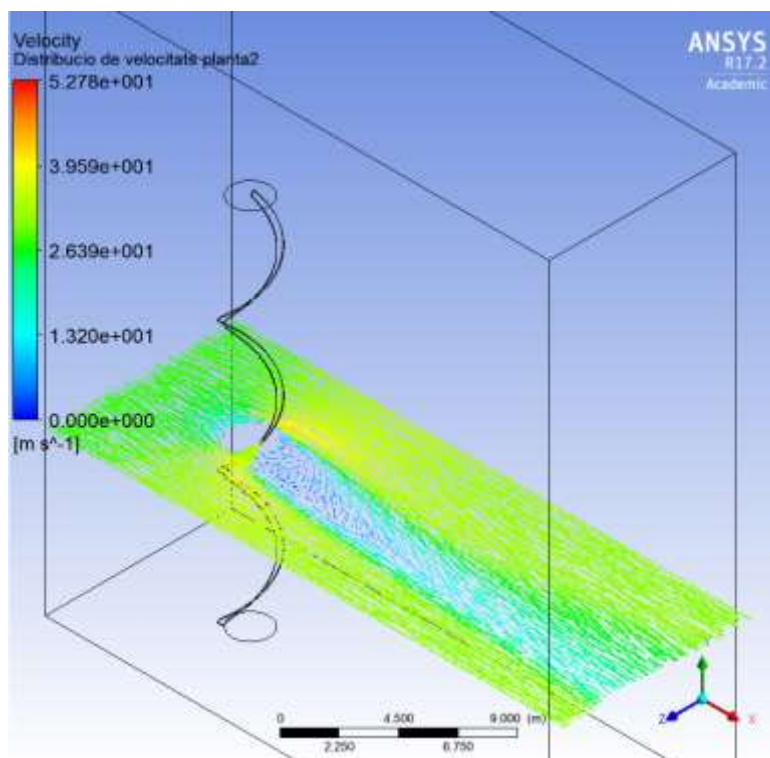


Figura 45. Vector velocitat. Pas de rosca 7m. Vista planta

També s'ha decidit fer un *Streamline*, on es veu clarament el moviment de una partícula en el

fluid i es visualitza perfectament el que s'ha anat anomenant al llarg del treball com a 'Turbulència' i com a 'remolins'. Aquest *Streamline* és una manera de descriure un flux, tal i com s'ha vist a l'apartat 4.5. *Descripció d'un flux*.

STREAMLINE DE PERFIL

STREAMLINE EN PRESPECTIVA

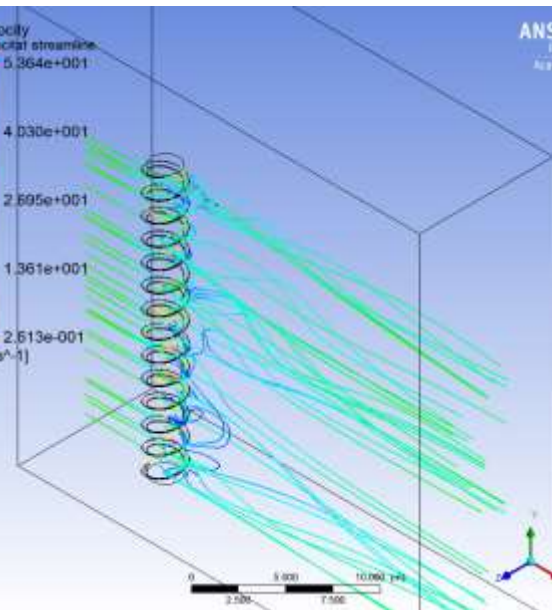
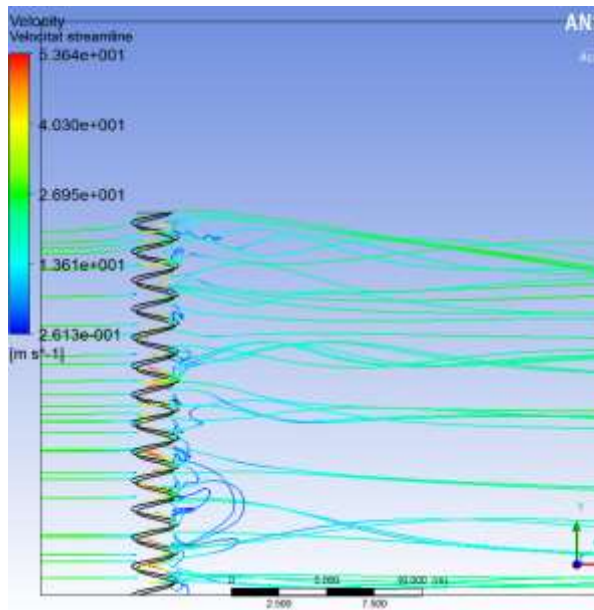
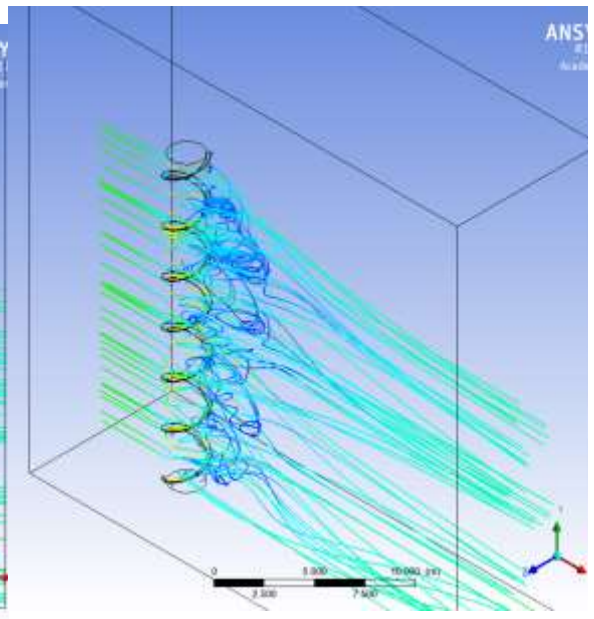
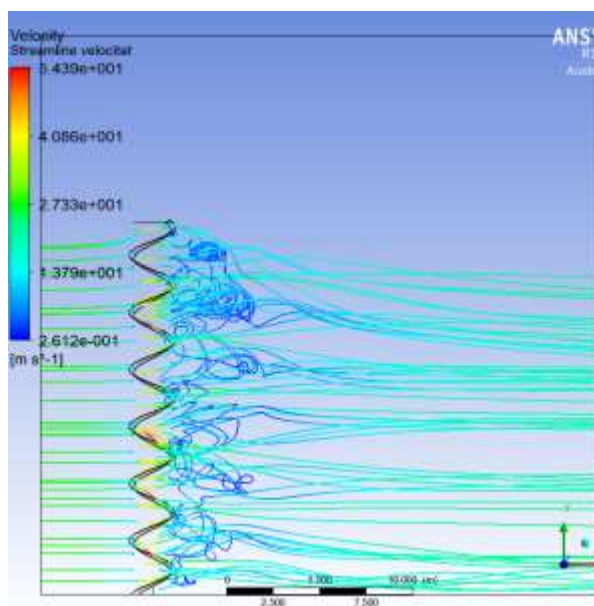


Figura 48a (adalt) i 48b (abaix). Pas de rosca 3m.
Vista perfil

Figura 49a (adalt) i 49b (abaix). Pas de rosca 3m.



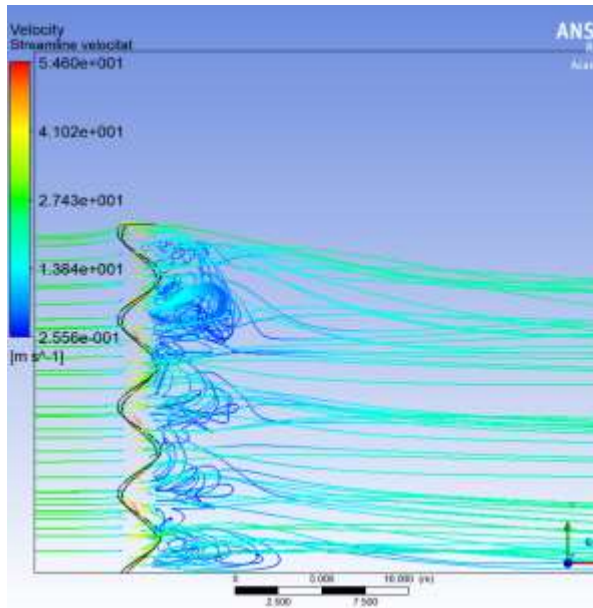


Figura 50. Pas de rosca 5m. Vista perfil

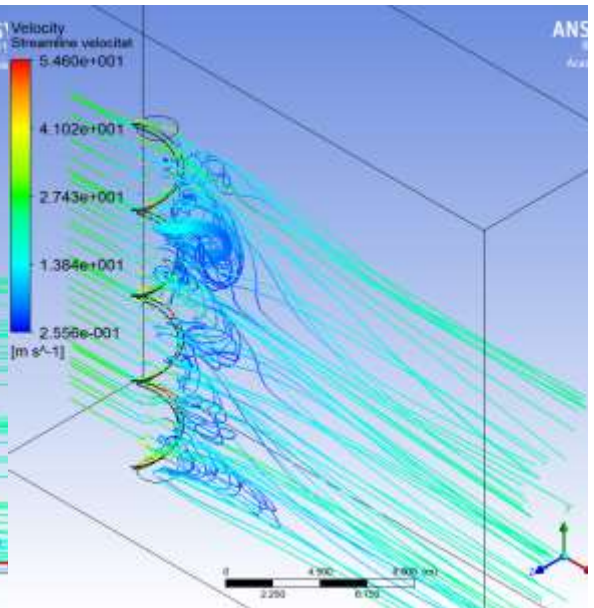


Figura 51. Streamline. Pas de rosca 5m

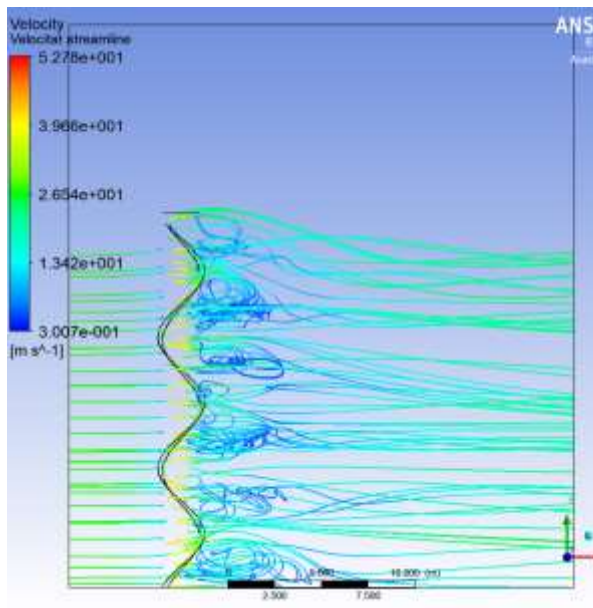


Figura 52. Pas de rosca 7m. Vista perfil

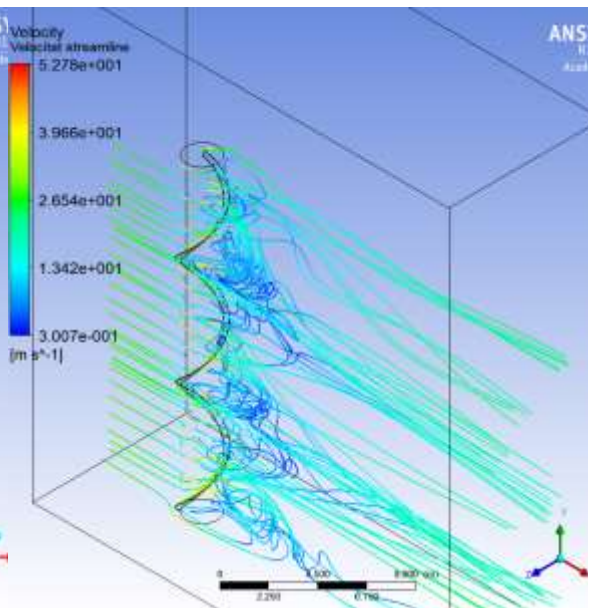


Figura 53. Streamline. Pas de rosca 7m

Tal i com s'esperava, no dista dels gràfics de la velocitat.

Pel que fa al pas de rosca de 1,5 metres i 7 metres la turbulència és menor i apareixen menys remolins. El cas de 1,5 metres de pas de rosca és gairebé portat al límit, i la formació de remolins és gairebé nul·la. Això concorda amb la disminució de zones amb velocitat 0. S'ha

de tenir en compte que la velocitat no deixa de ser una mitja de les diferents velocitats que hi ha en aquella zona, i per tant, en un flux turbulent on el fluid es completament impredecible, la velocitat en forma mitjana serà nul·la.

Pel que fa al pas de rosca de 3 metres i 5 metres cal destacar la creació d'aquests remolins en gran quantitat i relacionar-los amb les grans zones de velocitat nul·la que existeixen tal i com s'ha explicat en el paràgraf anterior.

7.3.1. Comparativa de resultats a nivells d'alçada diferents

S'ha cregut interessant comprovar la influència de la alçada a l'hora d'estudiar la velocitat i la distribució de les pressions. En tots els gràfics s'ha estudiat un pla paral·lel a la base a 10 metres pel que fa a l'estudi en planta.

No existeix justificació per agafar aquest pla i no un altre, però el que sí que s'ha tingut clar és que no es pot agafar el pla coincident amb la base ni el de la part superior de la xemeneia. Tampoc cap pla pertanyent a la capa límit del terra, es a dir, contingut en els 0,081 metres que té de gruix. Aquests plans pateixen singularitats que no s'ha entrat en detall en aquest estudi.

Per tant s'ha decidit agafar el pla entremig a 10 metres i s'ha estudiat sense entrar en detall la influència que tindria agafar un pla on la rosca estigués situada en diferents posicions.

Per fer això s'ha agafat la xemeneia amb un pas de rosca de 7 metres i s'han fet tres plans diferents paral·lels entre ells i a una distància de $\frac{1}{4}$ de pas de rosca. Així s'aconsegueix veure les quatre diferents distribucions. La quarta ($y=0,75$ pas de rosca) és la mateixa que la segona ($y=0,25$ pas de rosca) ja que és simètrica, i per això no és gràfica.

Els resultats obtinguts són els següents, pel que fa tant a la distribució de pressions com a la velocitat:

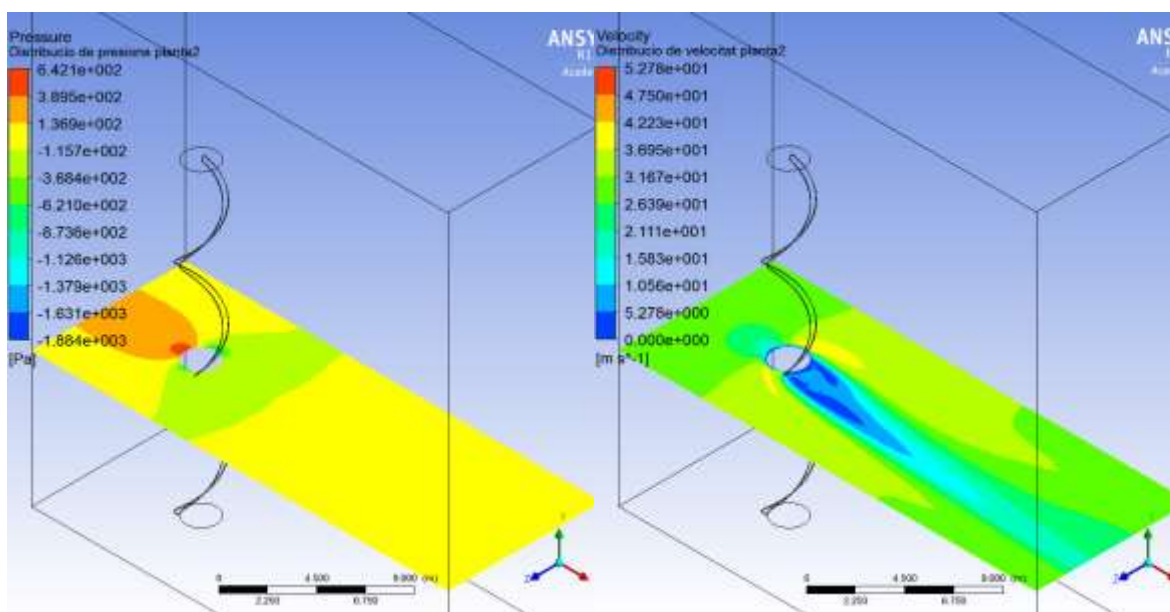

Figura 21. Distribució de pressions. $y=0$ pas de rosca

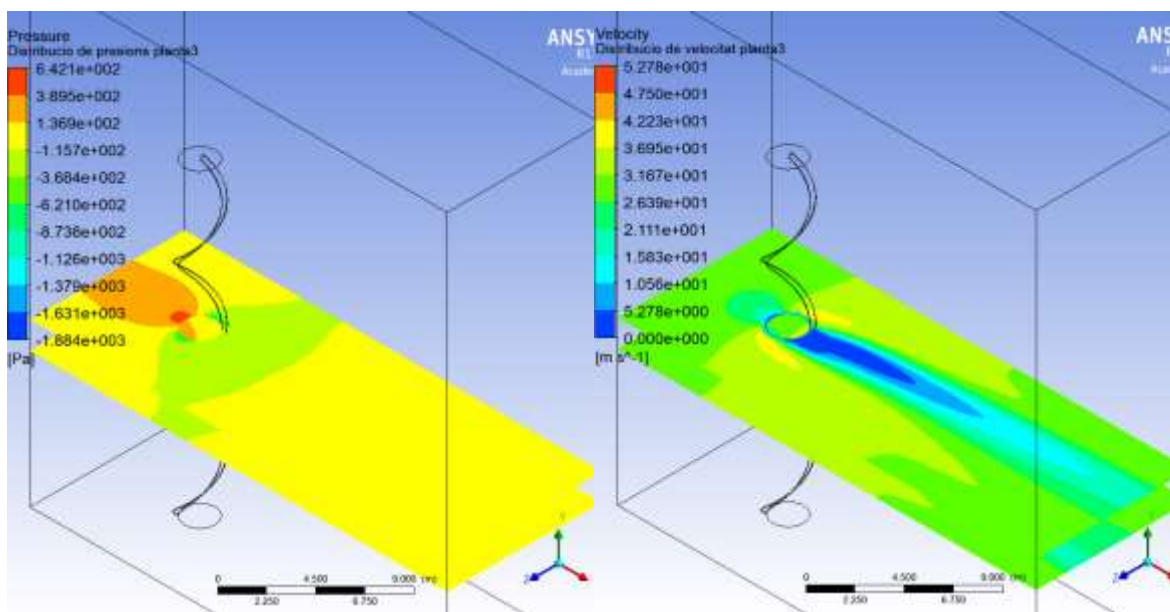
Figura 22. Distribució de velocitats. $y=0$ pas de rosca

Figura 23. Distribució de pressions. $y=0,25$ pas de rosca

Figura 24. Distribució de velocitats. $y=0,25$ pas de rosca

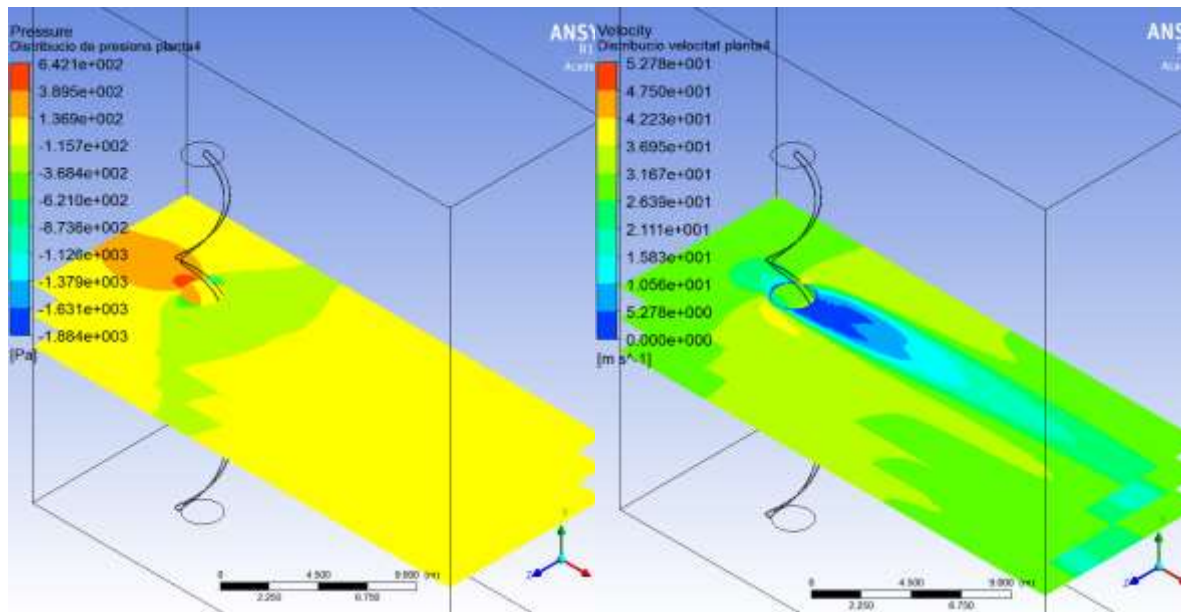


Figura 25. Distribució de pressions. $y=0,5$ pas de rosca

Figura 26. Distribució de velocitats. $y=0,5$ pas de rosca

Pel que fa a la distribució de pressions es veu que no és significatiu el que varia.

En canvi, pel que fa a la velocitat s'observen diferències significatives en la zona de velocitats nul·les. Arribat a aquest punt es descarta qualsevol valoració que es pugui fer de la velocitat vista en un instant concret des de el pla planta. Per estudiar la velocitat de forma gràfica cal fer-ho des de un pla de perfil coincident amb l'eix del cilindre.

7.3.2. Distribució de pressions sobre la aleta

Per concloure els resultats gràfics s'ha decidit realitzar l'estudi de la distribució de pressions sobre el sòlid aleta. Per fer-ho s'ha agafat l'aleta de 1,5 metres de pas de rosca i s'ha interpretat com afecta la pressió sobre ella.

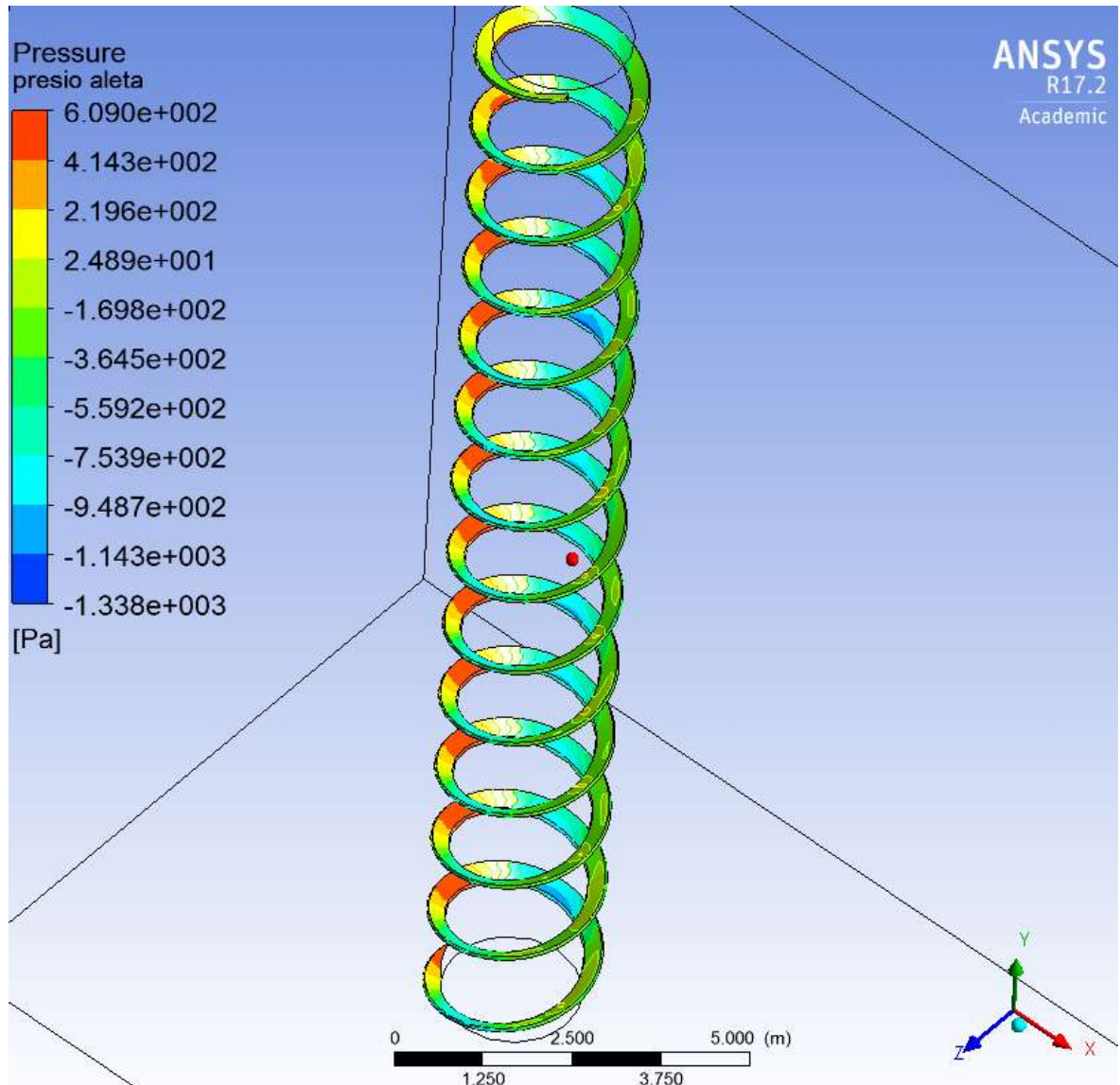


Figura 27. Distribució de pressions al llarg de la aleta helicoidal

Comparant la distribució de pressions de la aleta amb la de la xemeneia nua, quadra perfectament aquesta variable, tal i com es compara a continuació.

Es veu com a la zona on el flux incideix directament les pressions són altes, mentre que a la part posterior de la xemeneia les pressions són negatives tal i com s'ha explicat abans.

A part, també es veu una part de la xemeneia on hi ha pinzellades amb canvis de pressions als laterals. Això és degut a que el pas de rosca s'enfila cap a la xemeneia fent que el flux canviï la seva direcció.

Conseqüentment a aquest canvi de direcció, el l'aire exerceix una força de drag o d'arrossegament en la mateixa aleta que cal sumar a la que exerceix sobre la xemeneia. En la següent imatge es veuen aquests canvis de pressió.



Figura 28. Detalls en la pressió sobre la aleta.

Lògicament, la força que fa l'aleta és menor que la que fa la xemeneia, igual que la pressió també és menor.

7.3.3. Resultats de les forces en els models amb aletes

De igual manera que s'ha fet amb la simulació sense aletes, s'ha simulat cada un dels models per separat per determinar la força de l'aire en la xemeneia. Com ha passat en l'estructura nua, s'espera uns resultats on la força sigui de pressió i en la direcció del flux d'aire lliure.

Després de la simulació s'extreuen els següents resultats mostrats a les taules 8.3, 8.4, 8.5 i 8.6. S'ha decidit separar la força que exerceix l'aire sobre el sòlid aleta i sobre el sòlid xemeneia sense aleta. Després cal sumar les dos forces en el mateix eix per determinar la força total. S'ha decidit fer així per poder diferenciar bé els dos sòlids i poder estudiar-los en qualsevol moment per separat.

Xemeneia 1. Pas de rosca de 1,5 metres

	F_x	F_y	F_z
<i>Aleta</i>	1774,22 N	9,8 N	712,47 N
<i>Xemeneia</i>	14833,3 N	289,83 N	901,3 N
<i>Total</i>	16,61 kN	0,30 kN	1,61 kN

*Taula 7-3. Forces totals en la xemeneia amb aleta de pas de rosca de 1,5 metres***Xemeneia 2. Pas de rosca de 3 metres**

	F_x	F_y	F_z
<i>Aleta</i>	1602,1 N	95,74 N	941,19 N
<i>Xemeneia</i>	16424,2 N	- 419,69 N	- 2391,13 N
<i>Total</i>	18,01 kN	0,32 kN	1,45 kN

*Taula 7-4. Forces totals en la xemeneia amb aleta de pas de rosca de 3 metres***Xemeneia 3. Pas de rosca de 5 metres**

	F_x	F_y	F_z
<i>Aleta</i>	1491,87 N	78,08 N	598,55 N
<i>Xemeneia</i>	17650,3 N	1335,21 N	- 1332,24 N
<i>Total</i>	19,14 kN	1,41 kN	0,73 kN

Taula 7-5. Forces totals en la xemeneia amb aleta de pas de rosca de 5 metres

Xemeneia 4. Pas de rosca de 7 metres

	F_x	F_y	F_z
<i>Aleta</i>	1012,6 N	- 87,9 N	619,02 N
<i>Xemeneia</i>	18486,7 N	21,83 N	968,74 N
<i>Total</i>	19,50 kN	0,07 kN	1,59 kN

Taula 7-6. Forces totals en la xemeneia amb aleta de pas de rosca de 7 metres

Com s'esperava, les forces en l'eix Y i en l'eix Z són menyspreables en comparació a la força de pressió que apareix en l'eix X. La justificació en l'eix Y és la mateixa que s'ha explicat en la xemeneia nua: al no haver un flux de corrent lliure en aquella direcció la força hauria de ser nul·la en un estudi teòric. En una simulació intervé la velocitat en cada moment i pot ser que en certs moments aquesta agafi la direcció de l'eix Y. Pot ser degut, per exemple, a la capa límit turbulenta que es crea al terra, així com a la part alta de la xemeneia. Tot i així, són valors aproximats a 0 tal i com s'esperava.

Pel que fa a l'eix Z, representaria la força de sustentació. Hauria de ser 0 ja que es tracta d'una figura geomètrica, però de la mateixa manera que s'ha comentat amb l'eix Y, existeixen singularitats a la base i al final de la xemeneia que poden fer aparèixer forces en l'eix Z.

Per altre banda, es veu un augment progressiu de la força a mesura que augmenta el pas de rosca. No es pot determinar si existeix una veritable relació ja que quatre mostres experimentals no són concloents. Tot i així, a primera vista podria semblar-ho.

Es grafica amb un Excel els resultats obtinguts relacionant la força amb el pas de rosca i incorporant també la força que exerceix quan la xemeneia no incorpora aletes.

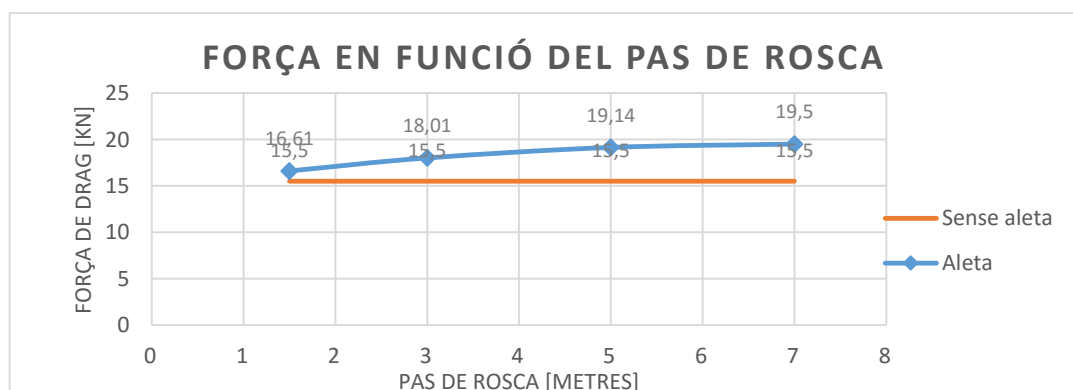


Figura 29. Comparativa de la força de drag en funció del pas de rosca amb la força sense aleta.

En aquest gràfic es pot observar els resultats comentats. En color blau es veu es veu com augmenta la força de drag o de resistència a l'avança. És un resultat coherent ja que al incorporar aletes augmenta la superfície que pot frenar el flux. Tot i així, no es considera adequat extreure una equació de la gràfica ja que amb quatre mostres no es pot determinar cap relació concloent. També es veu en color taronja la força de la xemeneia en unitats de kiloNewtons sense la incorporació de la aleta helicoidal.

Per a cada pas de rosca s'ha determinat quan augmenta respecte la xemeneia sense aleta i respecte els passos de rosca adjacents.

PAS DE ROSCA	% RESPECTE LA XEMENEIA NUA	% RESPECTE EL PAS DE ROSCA ANTERIOR
1,5 METRES	6,68%	-
3 METRES	13,93%	7,77% (Respecte pas de rosca de 1,5m)
5 METRES	19,02%	5,90% (Respecte pas de rosca de 3m)
7 METRES	20,51%	1,85% (Respecte pas de rosca de 5m)

Taula 8-7. Increments de les forces en percentatges per a diferents passos de rosca

8. FUNCIONALITAT DE LES ALETES

En un primer principi s'ha començat el treball amb la idea d'estudiar la força de les aletes degut a que s'havia pensat que el motiu principal de la incorporació d'aquestes era la reducció de les forces a la base, tant de sustentació com d'arrossegament.

La resposta no es veu en gràfics. Tal i com s'ha comentat a la teoria en l'apartat 4.4.1. *Separació de la capa límit*, depenent del Reynolds i la geometria, pot arribar a aparèixer el que s'anomena vòrtex de Von Karman. Aquest depèn de la turbulència que genera el cilindre o la estructura en qüestió a la seva part posterior, i com be s'ha comentat al llarg del treball, actualment no se sap una manera realment eficaç de determinar els moviments que el flux genera i preveure'l amb precisió. Només es pot descriure amb el nombre adimensional de Reynolds, que ens determina la turbulència en general.

Després de llegir molt sobre el tema i demostrar que les aletes no tenen la finalitat de reduir forces, es determina que la funció de l'aleta helicoidal és evitar el vòrtex de Von Karman. Al ser un efecte determinat pel camí que segueix el flux en una turbulència, és molt difícil d'estudiar. Es necessita un treball molt més ampli i enfocat exclusivament al tema. Tot i així, és interessant fer una petita introducció teòrica al tema.

En el cas d'un cilindre, quan es genera el vòrtex de Von Karma s'està produint una vibració induïda VIV.

La major part de la informació d'aquest apartat està extreta del llibre *Flow-Induced Vibrations, an engineering guide*. En aquest llibre es realitzen una sèrie de referències bibliogràfiques expressades amb el nom de l'autor i l'any de realització.

8.1. Vibracions induïdes o *Vortex Induced Vibrations VIV*

Sobre la inestabilitat dels fluxos, la associada a esteles a través d'un cilindre ha estat estudiada des de fa molt temps. Quan apareix aquesta estela, la diferencia entre les altes velocitats al flux lliure i les baixes (o inclús negatives) a la base del cos promou el que és conegut com a una inestabilitat global.

8.2. Característiques del vòrtex en un flux sobre cossos vibrants

Per a qualsevol cilindre en un flux que el travessi, les oscil·lacions de l'estela acompanyades del més o menys ben organitzat vòrtex comença si el nombre de Reynolds és excessivament elevat. La interacció mútua entre la separació de les dues capes (una per a cada banda del

cilindre) fa augmentar la alternada formació de vòrtex, que va creixent alimentat per la circulació provinent de on se separen ambdues capes fins que són suficientment potents per canviar les seves direccions de manera oposada a la que porten en el punt de separació.

Amb el temps, quan el subministrament de circulació es redueix degut a la llunyania del flux al cilindre, aquest flux comença a rotar. Com a conseqüència, els vòrtex se separen i convergeixen amb la corrent en direcció oposada al flux lliure. A la figura 56 es veu el camí que forma el flux. La força d'aquesta regressió i creació de la rotació depèn fortament de la forma posterior del cos, és a dir, si aquest acaba en forma circular serà diferent que si acaba en forma punxeguda o en línia recta creant una mitja circumferència.

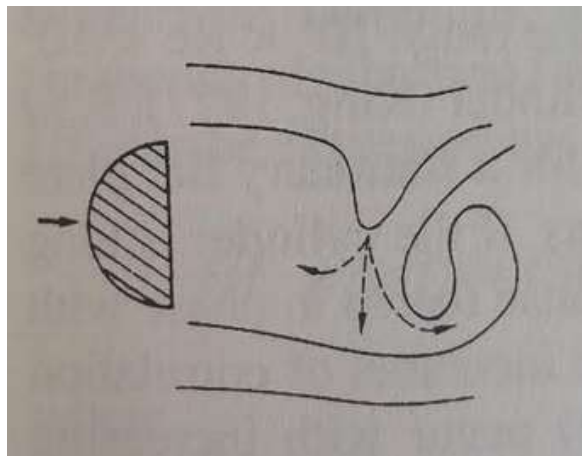


Figura 30. Inici de la creació de la rotació d'un vòrtex. Extret del llibre Flowed-induced vibrations de E.Naudascher

Les forces de fluctuació més grans en un cilindre actuen perpendicularment a la direcció del corrent o flux lliure, amb una certa freqüència f_0 . Unes altres forces menors també són induïdes amb la mateixa freqüència en la direcció del flux lliure. Aquestes forces fan que *cada* vòrtex produeixi una caiguda de pressió durant la seva formació.

Els estudis en els passats 60 anys han ensenyat com la separació d'aquest vòrtex està afectat per un immens nombre de factors, a part de la forma de l'objecte i del nombre de Reynolds. Per tant, la relació de la f_0 només amb aquestes dos variables s'ha de fer amb molta precaució i no sempre funcionarà. A continuació es mostra el gràfic 57 relacionant el nombre de Strouhal amb el Reynolds dels vòrtexs de un cilindre llis i en un cas estacionari en turbulències baixes. Cal veure que l'espectre en el rang crític i subcrític té valors molt distesos.

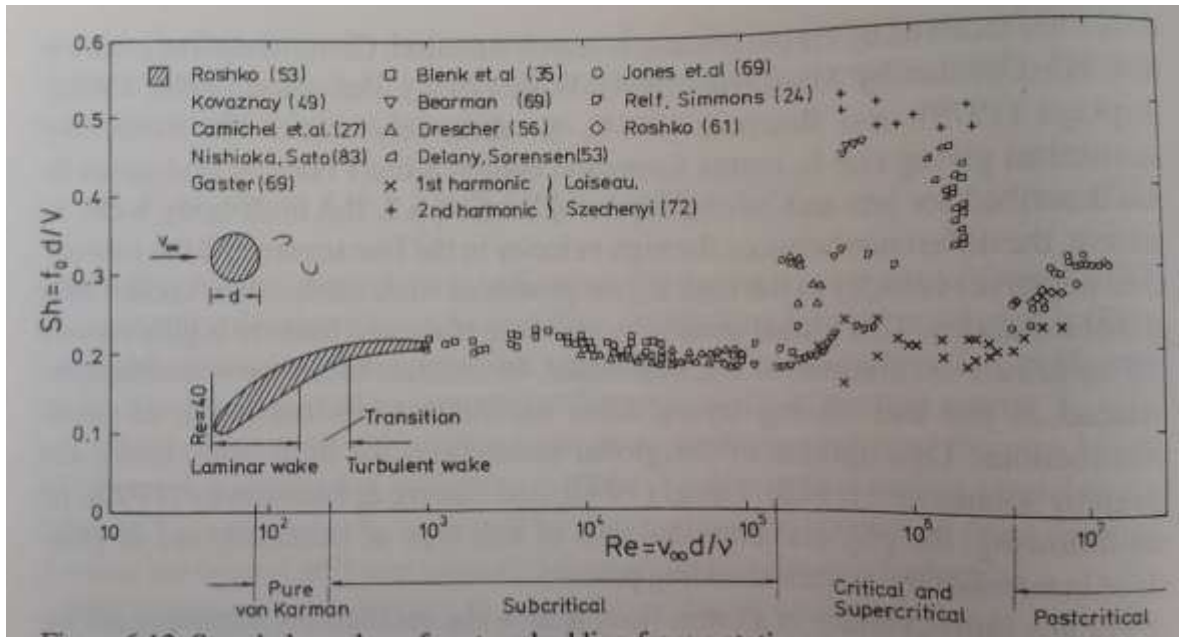


Figura 31. Nombre de Strouhal vs Reynolds en un cilindre llis i en estat estacionari. Extret del llibre *Flow-induced vibrations* de E. Naudascher

Inclús amb cossos perfectament circulars en dos dimensions pot arribar a passar que en casos estacionaris no es puguin relacionar aquestes tres variables. Com a conseqüència, la relació entre les tres variables està limitada per certs nivells de força transversals que actuen sobre el cilindre. Típiques correlacions de dimensions entre un rang de $10^4 < Re < 10^5$ són:

- 3D i 6D d'alçada (on D és el diàmetre) per a cilindres circulars en un cas estacionari (King, 1977).
- 5.5d d'alçada per un prisma quadrat en un cas estacionari, on d és el costat del quadrat (Vickery, 1966).
- 10d per un cas estacionari de una placa plana perpendicular al flux en cas estacionari (Bearman & Trueman, 1972).

Conseqüentment, si el cilindre és llarg en comparació amb el diàmetre, no tots els vòrtex causen forces en fase amb les altres, i la força neta generada sobre el cos és menor. Les forces que es generen sobre el cilindre incrementen dràsticament amb l'increment de l'amplitud de la vibració del cilindre. En la figura que es mostra a continuació es pot veure aquesta relació.

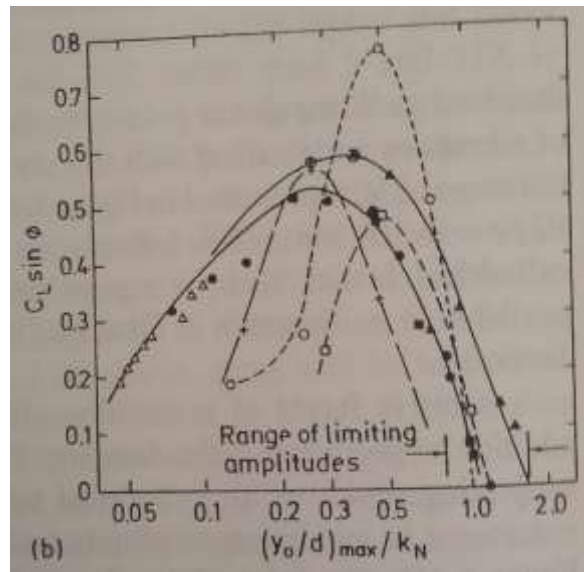


Figura 32. Força sobre el cilindre en relació a la amplitud de vibració. Extret del llibre *Flowed-induced vibrations de E. Naudascher*

Si un cilindre és lliure de vibrar en qualsevol direcció perpendicular al seu eix, el vòrtex es pot controlar de moltes maneres, incloent un canvi en la alteració de la simetria del vòrtex entre un determinat rang de velocitats respecte el corrent d'aire lliure relativament baixes.

Com mostra Aguirre (Naudascher, 1987), les vibracions en la direcció paral·lela al flux es poden generar en cilindres quan aquests no estan suficient ben dissenyats per evitar moviments o vibracions, es a dir, amb un *damping* baix (ζ), en un rati de vibracions respecte la freqüència natural del vòrtex de f/f_0 igual a 4. En el gràfic 59 es pot veure.

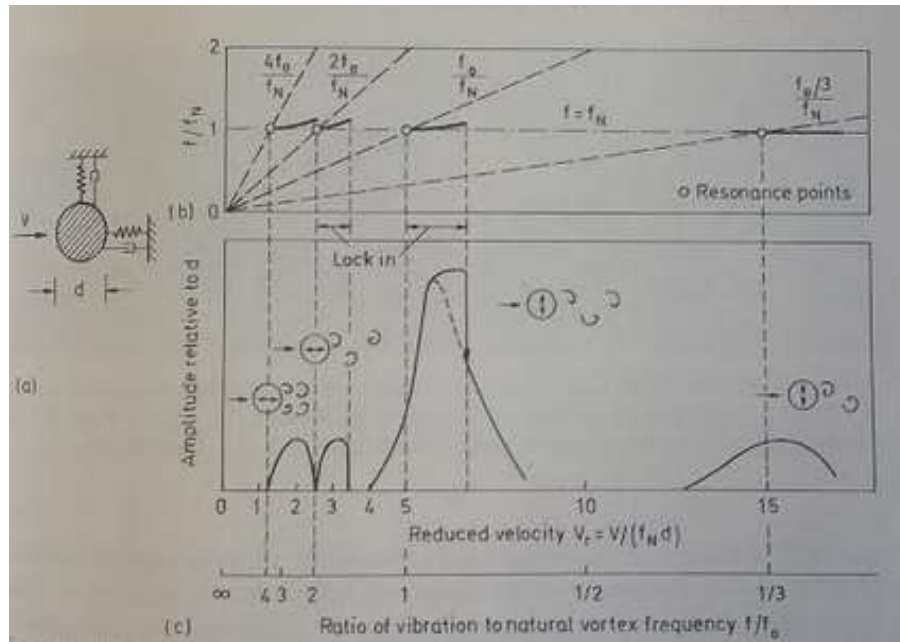


Figura 33. Relació de les amplituds respecte la freqüència natural del vòrtex. Extret del llibre *Flowed-induced vibrations* de E.Naudascher

A prop d'aquest harmònic de ressonància, el cilindre comença a separar el vòrtex simètricament, tant que els quatre vòrtex amb el mateix sentit de rotació s'ajunten formant un vòrtex dominant en la estela.

Si la relació de la freqüència natural del vòrtex f/f_0 és menor a 4, el moviment induït està sota control fins que a f/f_0 s'apropa a 2, on el vòrtex canvia la simetria a un sistema clarament antisimètric. En les figures 60a i 60b és pot veure la diferència dels dos estats de simetria.

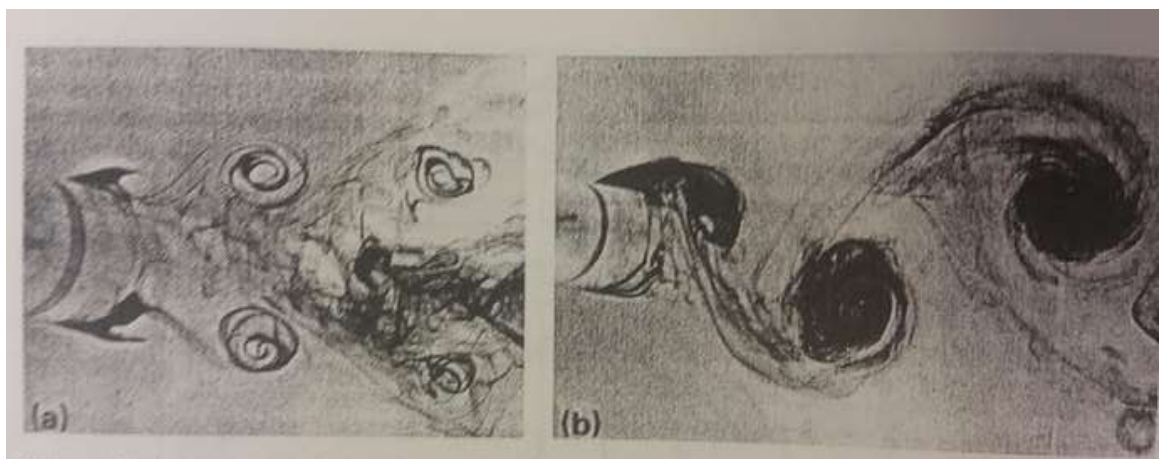


Figura 34. Simetria i antisimetria del vòrtex. Extret del llibre *Flowed-induced vibrations* de E.Naudascher

Per aquests dos models, hi ha dos regions d'excitació per a vibracions paral·leles al flux lliure: una per sota i una per sobre del límit de quan f/f_0 és aproximadament 2. Des de que la

freqüència f es propera a la freqüència natural del cilindre f_N , f/f_0 es pot expressar com:

$$\frac{f}{f_0} \approx \frac{f_N}{f_0} = \frac{1}{Sh \cdot V_r}$$

On

$$V_r \equiv \frac{V}{f_N \cdot d}$$

I,

$$Sh \equiv \frac{f_0 \cdot d}{V}$$

V_r i Sh són la velocitat reduïda i el nombre de Strouhal vist al punt 4.2. *Nombres Adimensionals*, respectivament.

Per relacionar la separació de la capa cinemàtica amb la dinàmica que segueixen els camps de pressió generats al cilindre vibrant, *Naudascher (1987)* estima uns nombres per l'inici i la autolimitació de la tendència de vibració en la direcció paral·lela al corrent lliure. Per a cilindres circulars, la màxima amplitud de vibració en aquesta direcció assequible està sobre el 0,2·d on d és el diàmetre (veure també *King et al. 1973*).

La excitació més important en relació a fluxos que travessen cossos vibrants és la que produeix una ressonància f/f_0 propera a 1.

La excitació també pot involucrar el superharmònic i el subharmònic pròxim a $f/f_0 = 3$ i $1/3$, respectivament. Mentre que el superharmònic de 3 en aquests casos és rarament comú, el subharmònic de $1/3$ pot passar fàcilment si el sistema d'estudi té una velocitat V_r inusualment alt.

La raó per la qual aquests models de ressonàncies de 3 i de $1/3$ passen més comunament, a diferència de 2 i de $1/2$, és degut a la compatibilitat entre el vòrtex i el moviment induït de les forces en el cilindre. A la ressonància del subharmònic de $1/3$, per exemple, la compatibilitat exigeix tres vòrtex per a cada cicle de vibració del cos.

Els diagrames més típics per a la resposta de ressonància de un flux travessant un cos vibrant proper a $f/f_0 = 1$ (o $V_r = 1/Sh$) es mostren a continuació a la figura 61:

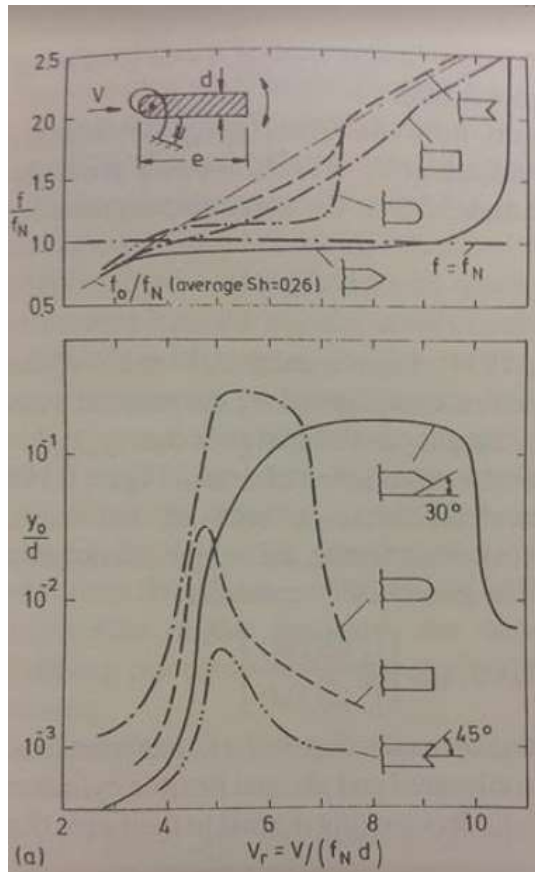


Figura 35. Efecte de la resposta de ressonancia en funció de diferents formes geomètriques. Extret del llibre *Flowed-induced vibrations* de E. Naudascher

Com es pot veure als gràfics, la resposta està fortament afectada per la forma del cos a la seva part posterior o contrària a la part cilíndrica. En el disseny d'aquestes estructures, per tant, és important tenir en compte aquestes vibracions. Com es pot veure, la diferència de l'amplitud màxima assequible $(y_0)_{\max}$ és quasi de dos ordres de magnitud entre alguns dels models.

Reduccions similars en la severitat de les vibracions es poden aconseguir acabant el cos en forma de punxeguda.

Per el rang de V_r representat en la figura 61a, el nombre de Reynolds varia entre $8 \cdot 10^4$ i $3 \cdot 10^5$.

8.3. Strouhal i la relació amb el vòrtex

Un altre factor decisiu per controlar les amplituds de vibracions i bloquejar el rang d'aquestes és el *damping*. Incrementant el rati de *damping* (ξ) en el suport de la estructura, aquesta

redueix significativament les amplituds de vibració.

L'altre paràmetre important en el disseny és la freqüència de la formació de vòrtexs f_0 per a un cos estacionari, comunament donat en termes del nombre de Strouhal Sh .

Desafortunadament, el nombre de Strouhal normalment es presenta en funció només de la forma del cos i no en funció de del gran nombre de factors que influeixen. Un d'ells és el nombre de Reynolds. Per a cilindres amb forma angular on la línia de separació de la capa límit es troba en els vèrtex, el nombre de Strouhal és constant per nombres de Reynolds igual o majors a 10^4 , a diferència dels cilindres amb costats curvilinis, es a dir, sense canvis bruscos de geometria i sense vèrtex.

Basat en la separació d_s entre la separació dels *streamlines* i la velocitat v_s d'aquests, Roshko (1954) desenvolupa un nombre universal de Strouhal.

$$Sh \equiv \frac{f_0 d_s}{v_s}$$

Aquesta relació és d'aproximadament 0,165 per un conjunt bastant ampli de formes. Els resultats d'experiments més recents mostren que aquest concepte de Strouhal universal és més general del que originalment s'assumia.

La separació del vòrtex està també fortament afectat pel denominat efecte sortida. En la unió d'un cilindre amb un pla per un costat i amb un altre costat lliure, com es podria assimilar a la estructura de una xemeneia, es veu com es generen uns altres vòrtex que roten al voltant d'un eix paral·lel al corrent lliure. Aquests vòrtex secundaris distorsionen els vòrtex primaris generats pel propi cilindre que tenen l'eix de rotació paral·lel a l'eix de revolució del cilindre. En la següent figura es dibuixa aquest efecte, mostrant els vòrtexs primaris i secundaris.

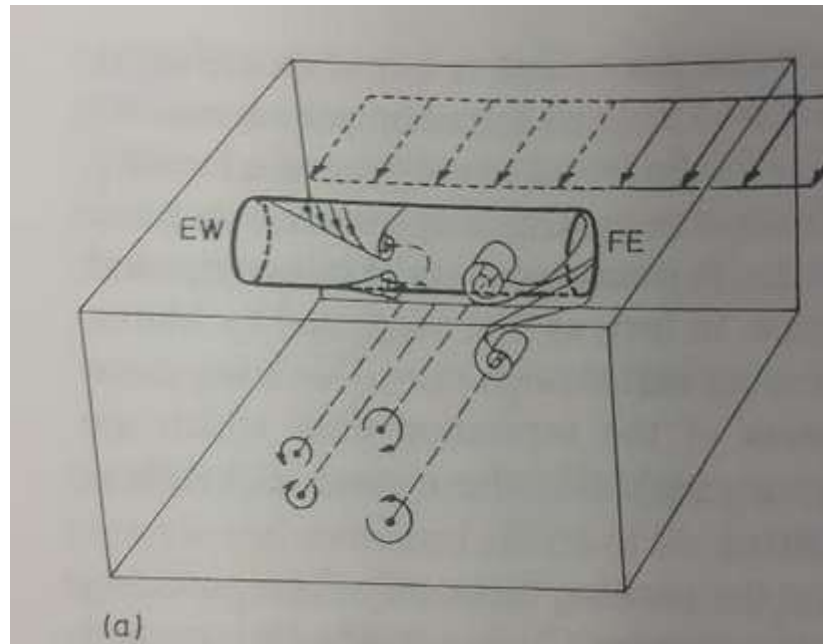


Figura 36. Vòrtex primaris i secundaris en un cilindre. Extret del llibre *Flowed-induced vibrations* de E.Naudascher

Wootton (1969) observa que les vibracions induïdes per el vòrtex improbablement tenen lloc per a cilindres circulars amb alçades més petites que $5 \cdot d$ o $6 \cdot d$, on d és el diàmetre.

Els efectes que es veuen a la figura 62 en tres dimensions es minimitzen incorporant estructures planes i primes paral·leles al flux lliure. L'efecte d'instal·lar o no aquests plans en el nombre de Strouhal per diferents ratios de L/d es descriu en la il·lustració 71.

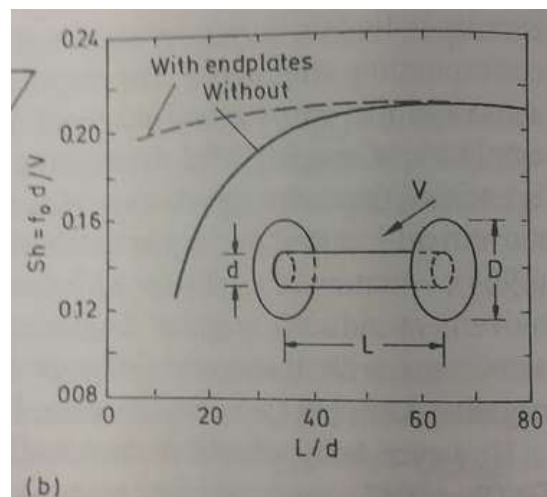


Figura 37. Comparativa entre la posar o no plans rectangulars en un cilindre i l'efecte en el Sh . Extret del llibre *Flowed-induced vibrations* de E.Naudascher

Un altre factor a tenir en compte és la turbulència que el flux lliure pugui portar abans de xocar amb el cos. Aquest efecte complica molt més l'estudi i es pot obtenir informació i gràfics en

l'estudi de *Gerrard (1966)*.

8.4. Minimitzar el nombre de Strouhal amb canvis de geometria

A vegades, inclús un petit canvi en la geometria pot portar a canvis molt grans en les condicions del flux. Per exemple, en la figura 64 es mostra l'efecte de treure els vèrtex d'un prisma quadrat i fer-los circulars en el nombre de Strouhal per a diferents angles d'incidència del corrent lliure. Aquest cas es podria assimilar a la incorporació d'aletes.

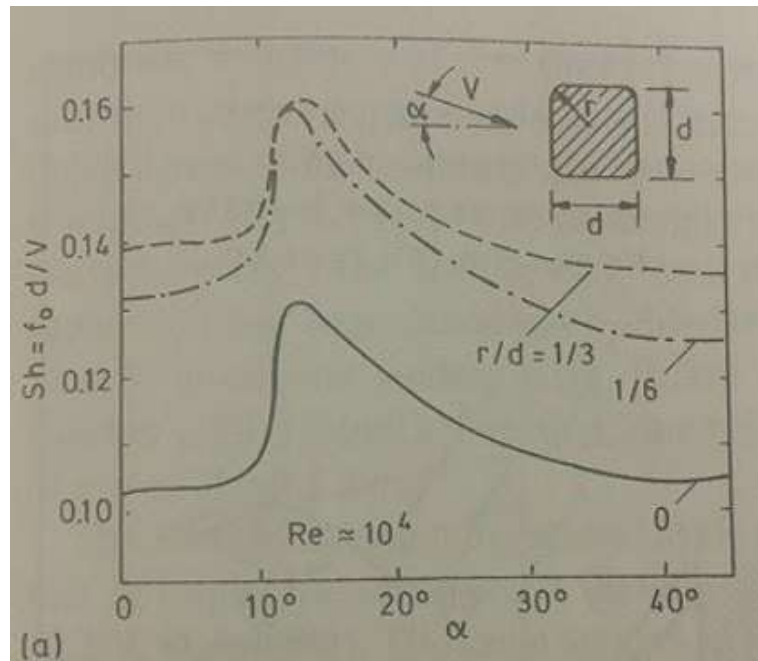


Figura 38. Influència de l'angle d'incidència sobre el nombre de Strouhal per a prismes quadrats i comparativa amb el cas de arrodonir els vèrtex. Extret del llibre Flowed-induced vibrations de E.Naudascher

Per un angle $\alpha=0^\circ$, la relació entre el gruix i la llargada de la placa rectangular e/d es mostra en el gràfic 59.

L'efecte de de l'angle d'incidència α dels rectangles en el nombre de Strouhal per cilindres amb seccions rectangulars es veu en la figura 60.

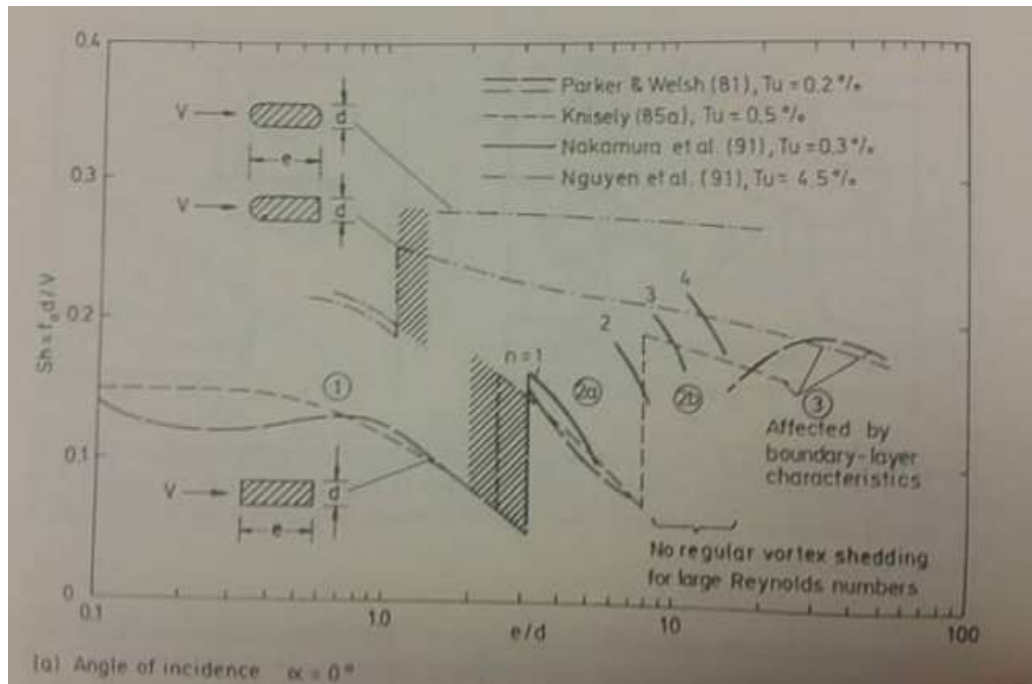


Figura 39. Influència de les dimensions del rectangle en el nombre de Strouhal per a un angle d'incidència igual a 0. Extret del llibre *Flowed-induced vibrations* de E.Naudascher

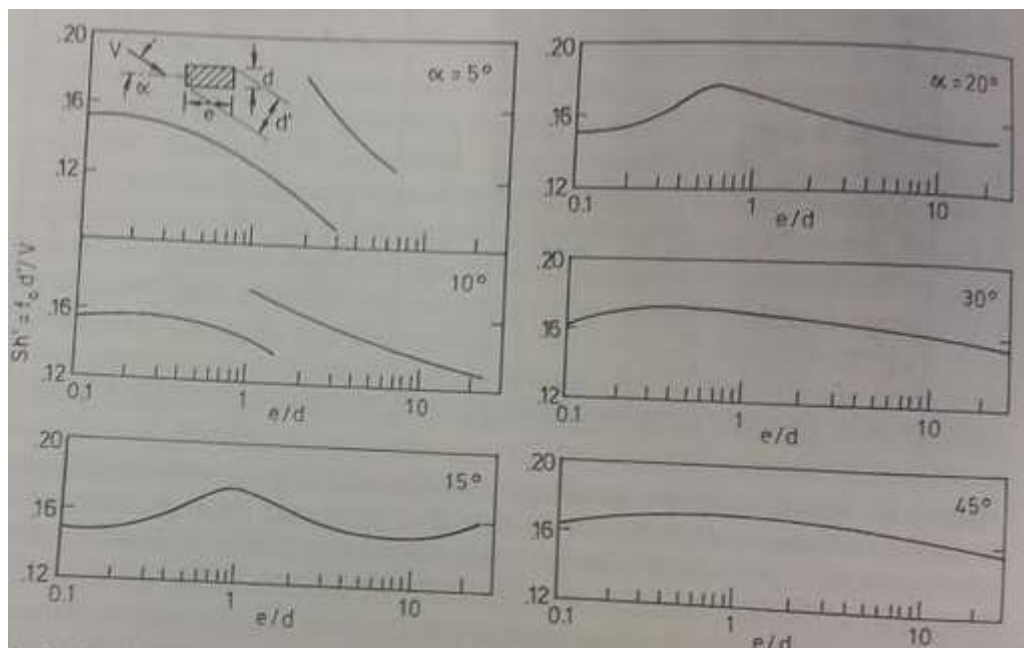


Figura 40. Nombre de Strouhal per a diferents relacions e/d i per a diferents angles d'incidència. Extret del llibre *Flowed-induced vibrations* de E.Naudascher

És remarcable els salts i els dobles valors que es donen quan els rangs dels costats dels

rectangles són més petits que la rugositat $e/d = 16$ per $\alpha = 0^\circ$

En el gràfic 65 es poden distingir quatre règims de flux.

El primer (1) està associat a quan els *streamlines* no es tornen a ajuntar o reacomodar en un rang d'aproximadament $0 < e/d < 3$ (o $0 < e/d < 2$ per a un flux turbulent). Entre aquests rangs, la formació dels vòrtex està fortament controlada per la dinàmica d'aquests mateixos vòrtex quan agafen el sentit oposat al corrent lliure en rotar.

En el règim 2a, que s'estén aproximadament en el rang de $2 < e/d < 8$, les capes separades s'ajunten intermitentment.

En el règim adjacent 2b, que va entre $8 < e/d < 16$, difícilment apareix un vòrtex per un cas d'un cilindre en estat estacionari.

En el règim 3, més allà de $e/d = 16$, les capes de contorn es desenvolupen un cop s'han ajuntat i es combinen per formar un vòrtex estable.

Aquest canvis de geometria es poden assimilar fàcilment a la incorporació d'aletes en cilindres, modificant així el nombre de Strouhal i, conseqüentment els vòrtex induïts i les vibracions que aquests poden generar.

9. Impacte ambiental

Per a la realització d'aquest estudi no s'ha necessitat més que l'energia que un ordinador pot necessitar, basant-se tot en la teoria i les simulacions proporcionades pel software.

D'altra banda, és convenient fer una pinzellada al que podria suposar la incorporació d'aletes a una xemeneia de les característiques proposades, pel que fa a l'impacte ambiental.

Tot i que no s'ha parlat del material, les aletes han de ser d'algun material que suporti altes temperatures. Per altre banda, és necessari un material que sigui el menys contaminant possible i que tingui un menor impacte ambiental.

Degut a la primera condició, el material més òptim és un metall. Aquest serà un acer en la majoria dels casos, degut a la seva bona relació qualitat - preu.

Un acer és un metall reciclable, es a dir, que un cop s'hagi acabat la vida útil de la xemeneia, les diferents parts d'aquesta s'hauran de poder reutilitzar. L'acer extret anirà directament a la fundació, on posteriorment serà utilitzat per a qualsevol altre finalitat. D'aquesta manera s'aconsegueix un menor impacte ambiental, sent un material que es pot reutilitzar infinitat de vegades sense perdre les seves propietats i eficiència.

Reutilitzant l'acer, per tant, els recursos d'energia i matèria primera que es necessiten per a la seva elaboració, queden estalviats.

L'acer es reutilitza, per exemple, en la elaboració de coberteria, piques, bateries de cuina, forns, equipament del jardí i mobiliari, escales, motors, eines, llaunes o claus.

És important entregar el material a un gestor autoritzat. Aquí a Catalunya es pot entregar a Adalmo, per exemple, empresa que s'encarrega de que el seu processament sigui òptim.

10. Pressupost

Per a realitzar aquest projecte, i especificant que es tracta d'un estudi de una possible incorporació d'aletes i no la implementació real d'aquestes, s'aproximen els següents costos.

En aquest pressupost del treball s'ha tingut en compte les hores de dedicació en la seva realització, el cost de les quals s'ha estipulat en 35 € per hora de treball de simulació i 45 € la hora de anàlisi de dades.

S'ha treballat durant 3 mesos i mig amb el preu estipulat.

El programa utilitzat al llarg del projecte és l'Ansys Workbench 15.0 que té un cost de 10.000,00 €. A més del cost de comprar-lo s'ha de pagar anualment la llicència que té un cost de 4.000 €. Un altre programa necessari per a crear les geometries és el SolidWorks que la seva adquisició és de 5.000 € i la llicència és de 1.000 €.

A la següent taula es resumeixen els costos.

CONCEPTE	HORES	PREU/HORA	COST
SIMULACIÓ	50	45 €/h	2250,00 €
ANÀLISI DE RESULTATS	150	35 €/h	5250,00 €/h
TOTAL	200		7500,00 €/h

SOFTWARE I LLICÈNCIA	PREU
SOFTWARE I LLICÈNCIA D'ANSYS CFX	14.000,00 €
SOFTWARE I LLICÈNCIA DE SOLIDWORKS	6.000 €

COST TOTAL DEL PROJECTE **27.500,00 €**

Taula 11. Costos desglossats

El pressupost aproximat és de 27.500,00 €.

Conclusions

En un principi s'han estudiat les forces que generen les aletes i la diferència que hi ha entre instal·lar-les o no. S'ha arribat a la conclusió de que existeix una diferència entre incorporar una aleta helicoïdal des de la base fins al final de la xemeneia a no posar-la, pel que fa a les forces. La força de drag pot augmentar fins a un 20% del valor que suporta quan la xemeneia està nua. Aquest valor pot variar en funció del pas de rosca que tingui la aleta.

A primera vista pot semblar que existeixi una relació de l'augment de la força amb l'augment del pas de rosca. Com major sigui aquest pas, més gran és la força que ha de suportar la xemeneia en la direcció del corrent lliure. Tot i així, no es pot dir que existeixi una relació lineal ni es pot treure una equació que relacioni aquests dos factors, degut a que només s'han estudiat quatre casos. Amb tan poques mostres no es poden treure resultats concloents que assegurin cap relació.

Tot i que la força augmenta a mesura que el pas de rosca és més gran, no es veu una clara relació lineal entre el pas de rosca de l'aleta helicoïdal i les velocitats i pressions que es generen al darrere. L'efecte de la variació de velocitats i els canvis de pressió al darrere de la xemeneia s'explica amb la turbulència que la estructura genera quan el flux xoca contra ella.

Quan es va escollir el treball, la idea inicial era estudiar la força de sustentació que les aletes helicoïdals generaven en una xemeneia. Seguidament també s'estudiaria l'efecte que tindrien les aletes en la força de resistència a l'avanç global. En un principi s'esperava que la força disminuís, ja que es va pensar que la finalitat d'incorporar aquestes geometries era evitar les tensions generades directament pel flux. S'ha vist que la força de sustentació és nul·la per ambdós tipus de xemeneies degut a la simetria que aquests models presenten i que l'increment de força d'arrossegament entre la xemeneia nua i la estructura augmenta. Per tant, les aletes no fan la funció esperada.

Davant dels resultats vistos, es necessita determinar quina és la finalitat de posar aletes. Es realitza una recerca teòrica i es determina que la finalitat de l'aleta no és més que evitar vibracions induïdes VIV. Aquestes vibracions venen produïdes per la turbulència que es genera darrere de la estructura. La turbulència està directament relacionada amb els nombre adimensional de Reynolds i la geometria que presenta la xemeneia, entre altres factors. Per un determinat rang de Reynolds i per a diferents formes geomètriques pot arribar a aparèixer el vòrtex de Von Karman, que genera unes forces amb una certa freqüència, produint vibracions. Si aquesta freqüència és pròxima a la freqüència pròpia de la estructura poden suposar un problema, incrementant a cada període la força induïda i la amplitud de la vibració.

Per evitar aquest problema es canvia la geometria de la xemeneia. Un canvi freqüent és la incorporació d'aletes helicoïdals, tot i que no és l'únic. Amb això s'aconsegueix jugar amb el nombre adimensional de Strouhal, directament relacionat amb el Reynolds (entre altres factors) i aconseguint variar la dinàmica dels vòrtex generats al darrere de la xemeneia.

Amb aquests canvis s'eviten les vibracions induïdes, i per tant, les possibles forces que aquestes generen. Conseqüentment, les forces a la base disminueixen. Es pot dir doncs, que la incorporació d'aletes helicoïdals no disminueix les forces directament però si indirectament, evitant aquest fenomen.

Es deixa per a posteriors treballs l'estudi d'aquestes vibracions induïdes en un nivell experimental, plantejant des de un inici l'efecte de les aletes en les mateixes VIV i no en les forces que aquestes generen.

Per finalitzar, cal destacar la gran dificultat que hi ha actualment per treballar amb la turbulència. És un concepte que s'està estudiant des de fa anys. Encara no existeix cap manera de determinar el camí que segueix el flux en una turbulència d'una manera precisa. Per això es treballa amb simulacions i experimentalment. Molts dels resultats obtinguts o conclusions fetes deriven de gràfics extrets d'experiències anteriors, i no segueixen cap llei física descrita teòricament vista fins a l'actualitat. L'estudi d'aquest camp és complex i difús.

Bibliografia

- [1] NAUDASCHER, E. Flow-induced vibrations : an engineering guide / Eduard Naudascher, Donald Rockwell. Mineola, New York: Dover Publications, cop. 1994
- [2] WHITE, FRANK M. *Mecánica de fluidos*, Madrid, McGraw-Hill, cop. 2004.
- [3] http://www.construmatica.com/construpedia/Chimeneas_Industriales
- [4] <https://www.youtube.com/watch?v=DXWO-X16Ulo>
- [5] <http://www.symscape.com/blog/helical-strakes-with-your-chimney>
- [6] http://www.ijaerd.com/papers/finished_papers/ijaerd%2014-0141.pdf
- [7] <http://ijsetr.org/wp-content/uploads/2015/04/IJSETR-VOL-4-ISSUE-4-715-718.pdf>
- [8] https://www.youtube.com/watch?v=dsiJVxRW_aE
- [9] <http://www.computationalfluidynamics.com.au/convergence-and-mesh-independent-study/>
- [10] https://es.wikipedia.org/wiki/Calle_de_v%C3%B3rtices_de_von_K%C3%A1rm%C3%A1n
- [11] <http://www.agitador.es/blog/viscosidad-y-tipos-de-fluidos>
- [12] <https://www.nmri.go.jp>
- [13] <http://scienceworld.wolfram.com/physics/CylinderDrag>
- [14] <http://tesis.uson.mx/digital/tesis/docs/2496/Capitulo3.pdf>
- [15] <http://www.wikipedia.com>
- [16] <http://www.wordreference.com>

Bibliografia complementària

Diferents llibres o estudis que es fa referència al llibre '*Flow-Induced Vibrations, an engineering guide*'

- [1] King, R. 1977a. Vortex-excited oscillations of yawed circular cylinders. *ASME Journal Fluid Engineering*, Vol. 99, p. 495.
- [2] Vickery, B.J. 1966. Fluctuating lift and drag on a long cylinder of square cross-section in a smooth and in a turbulent stream. *Journal Fluid Mechanics*, Vol. 25, Pt. 3, p. 481.
- [3] Bearman, P.W. & D.M. Trueman, 1972. An investigation of the flow around rectangular cylinders. *Aeronautical Quarterly*, Vol. 23, p.229.
- [4] Naudascher, E. 1987b. Flow-induced streamwise vibrations of structures. *Journal Fluids and Structures*, Vol. 1, p.265.
- [5] Wotton, L. R. 1969. The oscillations of large circular stacks in wind. *Proceedings Institution of Civil Engineers*, London, Vol. 43, p. 573.
- [6] Gerrard, J.H. 1966. The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. *Journal Fluid Mechanics*, Vol. 25, p. 401.

